

О. Б. Шейнин

А. А. Чупров. Жизнь, творчество, переписка

Второе, расширенное издание

Берлин, 2010

Содержание

1. Введение
2. Краткая биография
 - 2.1. Молодость
 - 2.2. Зрелые годы
 - 2.3. Краткие биографические сведения
3. Преподавание
 - 3.1. Петербургский политехнический институт
 - 3.2. Распространение статистических знаний
 - 3.3. Преподавание статистики и теории вероятностей в средней школе
4. Общественно-политическая деятельность
5. Последние годы жизни
 - 5.1. Временный выезд. Возвращаться или нет?
 - 5.2. Швеция и Германия
 - 5.3. Поиски работы. Прага
 - 5.4. Конец
6. Членство в научных обществах
7. А. А. Чупров и другие ученые
 - 7.1. Введение
 - 7.2. Г. Ф. Кнапп
 - 7.3. В. И. Борткевич
 - 7.4. Е. Е. Слуцкий
 - 7.5. В. И. Романовский
 - 7.6. К. Пирсон
 - 7.7. Н. С. Четвериков
 - 7.8. О. Н. Андерсон
 - 7.9. Я. Д. Мордух
 - 7.10. А. А. Марков
8. Переписка с А. А. Марковым
 - 8.1. Новые материалы
 - 8.2. Исправление ошибок в *Переписке* (Ондар Е1977)
9. Кандидатская диссертация
 - 9.1. Общее описание
 - 9.2. Философские вопросы
 - 9.3. Теория вероятностей
 - 9.4. Статистика и статистический метод
10. Статистика
 - 10.1. Статистика и теория вероятностей
 - 10.2. Закон больших чисел
 - 10.3. Усиленный закон больших чисел
 - 10.4. Статистика и статистический метод
 - 10.5. Статистика и естествознание
 - 10.6. Замечание о терминологии
11. Демография
 - 11.1. Переписи населения
 - 11.2. Другие направления
12. Страхование дело
13. Выборочный метод
14. Устойчивость статистических рядов
 - 14.1. В. Лексис
 - 14.2. В. И. Борткевич

- 14.3. Коэффициент Q (А. А. Марков)
- 14.4. Коэффициент Q (А. А. Чупров)
- 14.5. Общая формула (А. А. Чупров, А. А. Марков)
- 14.6. Переставляемость
- 14.7. Нормальная устойчивость двух случайных величин
- 15. Метод математических ожиданий
 - 15.1. Введение
 - 15.2. А. А. Чупров
 - 15.3. Английская школа
 - 15.4. Случайная величина
 - 15.5. Исчисление математических ожиданий
 - 15.6. Приложение: письма А. А. Чупрова и К. Пирсона
- 16. Оценка творчества
 - 16.1. Запад
 - 16.2. Советский Союз

Примечания

Библиография

Именной указатель

Предметный указатель

Приложение. Н. С. Четвериков, *Александр Александрович Чупров. Биография.* Рукопись (1926)

Светлой памяти
Николая Сергеевича Четверикова (1885 – 1973) посвящается

1. Введение

Мы описываем жизнь и деятельность статистика, экономиста и публициста Александра Александровича Чупрова (1874 – 1926), сына экономиста, статистика и общественного деятеля Александра Ивановича Чупрова (1842 – 1908). Биография А. А. описывалась неоднократно, но нам удалось привлечь архивные материалы и соответственно уточнить и подробнее описать некоторые существенные стороны и периоды его жизни. Первое издание нашей книги (Москва, Госкомитет СССР по статистике, 1990) уже отражало подобные источники, но оно вышло лишь в 150 экземплярах и к тому же теперь мы используем дополнительные данные. В 1996 г. издательство Vandenhoeck & Ruprecht в Гёттингене выпустило расширенный английский вариант нашей книги в нашем же переводе, но данное издание расширено ещё больше.

Отдельные параграфы посвящены общей биографии Чупрова (§ 2), различным сторонам и периодам его жизни (§§ 3 – 6), его отношениям и связям с другими учеными (§§ 7 и 8), включая А. А. Маркова, и его научной работе (§§ 9 – 16). Экономические темы мы, однако, не описываем. В § 7 мы приводим краткие биографические сведения о других ученых (с привлечением архивных данных), но их приходится упоминать и раньше, в первых параграфах. Библиография включает практически полный список сочинений А. А., в том числе более 60 названий его ранее неизвестных газетных статей. Порядок ссылок на них будет понятен после ознакомления со структурой Библиографии.

Мы неоднократно ссылаемся на *Очерки* (1909) Чупрова, но не выделили их описание в отдельный параграф хотя бы потому, что их содержание разнородно. Вообще же оно благотворно повлияло на теоретическую статистику в России и покончило с наивными отечественными до-вероятностными традициями в этой дисциплине. В то же время *Очеркам* присущи крупные недостатки (конец § 14.4): недостаточно чёткое изложение, крайняя перегруженность деталями и комментариями, не выделенными из общего контекста и, что самое важное, излишний упор на логику и философию в ущерб математике. Ныне их чтение представляет собой тяжелый труд. Терминология Чупрова частично устарела, но всё-таки понятна. Устаревшим мы полагаем и сохранившийся до сего дня в русской и французской литературе термин *математическое ожидание*. Излишнее ныне прилагательное ввел Лаплас (1812/1886, с. 189), чтобы отличить классическое *ожидание* от ставшего модным в то время, но давно уже забытого *морального ожидания*.

Наши архивные источники таковы:

1. Фонд А. И. и А. А. Чупровых в Отделе редких книг и рукописей Библиотеки им. А. М. Горького (МГУ). Он состоит из отдельных *картонов*, подразделяемых на единицы хранения, и наше обозначение типа *a/c* без ссылки на эту библиотеку указывает на единицу хранения *c* из картона *a*. Иными словами, *a/c* – код этой библиотеки.

Ознакомиться со всем фондом мы никак не могли. Для тех, кто (как мы надеемся) продолжит этот труд, укажем, что не просмотрели переписку А. А. с теми статистиками, которых нет в Именном указателе к этой книге.

2. Фонд № 2244 А. И. Чупрова в Центральном гос. историческом архиве г. Москвы. Здесь наша запись типа ф. 2244, а/с указывает на № с по описи а.

3. Фонд Борткевича в Упсальском университете (Швеция), обнаруженный там магистром Гвидо Раушером (Вена). В основном мы ссылаемся на переписку Борткевича с Чупровым периода после 1917 г., хранящуюся там. Мы объединили её с их письмами прежнего периода, хранящимися в Библиотеке им. Горького, в книге Борткевич и Чупров (2005), которую неизменно используем при ссылке на их письма.

4. Фонд Чупрова в Чешском национальном архиве в Праге, обнаруженный там пражским профессором P. Sisma.

5. Наконец, письма Чупрова 1919 – 1921 гг. К. Н. Гулькевичу, видному дипломату и послу Временного правительства в Стокгольме, впоследствии помощнику Ф. Нансена в Лиге Наций, хранящиеся в Колумбийском университете (Нью-Йорк) и обнаруженные там доктором Клаусом Виттихом (Женева). Они теперь опубликованы (Чупров 2009b). Последующие письма из этой переписки хранятся в Гос. архиве Российской Федерации (ГАРФ) в Москве, в фонде Гулькевича № 6094. Этим писем очень много, стоимость их копирования оказалась чрезмерно высокой, и мы их не видели.

Почерк Чупрова подчас почти невозможно разобрать. Начиная с 1898 г. он, правда, обычно пользовался пишущей машинкой, но всё-таки редактировал себя от руки и ленты менял слишком редко; возможно, что в те времена они были дороги. В некоторых случаях мы не смогли прочесть его правку и цитировали замененные им фразы и слова, подчёркивая их пунктиром. Большую и незаметную работу по прочтению рукописных материалов Чупрова из Библиотеки им. Горького проделал Н. С. Четвериков.

Вместо слов *письмо от А к В* мы обычно пишем *А – В*, а фамилии основных участников переписки обозначаем сокращенно: Борткевич – Б, Романовский – Р, Слуцкий – С, Четвериков – Чт, Чупров – Чп. Даты писем мы обычно также указываем сокращенно; так, годы 1898, 1900 и 1912 обозначены соответственно 98, 00 и 12. Таким образом, Чп – Чт 5.11.21, 5/3 означает письмо Чупрова Четверикову от указанного числа, хранящееся в Библиотеке им. Горького, см. единицу хранения 3 из картона 5. Имеются и специально оговоренные случаи, и, кроме того, см. выше, переписка Чупрова с Борткевичем собрана из двух архивов в книге Борткевич, Чупров (2005).

До начала 1918 г., т. е. до введения в России нового стиля, российские авторы датировали письма различным образом в зависимости от нахождения автора письма и получателя в России или за рубежом. Иногда даты приводились по обоим стилям, отличие между которыми составляло 12 дней в XIX и 13 дней в XX веке. В таких случаях мы указывали оба стиля (не проверяя, верна ли разность между ними). Мы также не пытались уточнить стиль тех писем, на которые даём ссылки или которые цитируем, поскольку число и месяц на письме нам нужны были почти только для определенности ссылок.

Почти во всех случаях нам пришлось добавлять или уточнять библиографические ссылки, приводимые авторами писем. Наконец, мы ввели сокращения:

ЗБЧ, ЗМЧ = Закон больших, малых чисел

ППИ = Петербургский (Петроградский) политехнический институт

ЦСУ = Центральное статистическое управление России (СССР)

Признательность. Мы благодарны И. Е. Никифоровой, научной сотруднице Библиотеки им. Горького, за большую помощь при подборке архивных материалов. Профессор, сэр Остин Робинсон (Кембридж, Англия) переслал нам копию письма Дж. М. Кейнса Чупрову (§ 16.1). А. Г. Волков обратил наше внимание на замечания Чупрова (1904d) и разыскал его комментарий (1913). Но самая большая его помощь оказалась в том, что он сумел обеспечить выпуск в свет первого издания (1990) этой книги. Английское издание нашей книги редактировал профессор Генрих Штреккер, ученик Андерсона (§ 7.8) и, как он выразился, сын Андерсона и потому внук Чупрова и его рекомендации безусловно отражаются и здесь. Мы также благодарны А. Л. Дмитриеву и К. Виттиху, которые прислали нам копии некоторых архивных материалов.

2. Краткая биография

2.1. Молодость. Чупров родился 6/18 февраля 1874 г. в Мосальске (бывшая Калужская губерния). Первоначальное образование он получил дома и поступил в гимназию лишь в возрасте 14 лет (Четвериков Е1926а, с. 314). Там он заинтересовался логикой и изучал сочинения Милля и Дживонса. Тот же автор (с. 315) сообщает, что уже тогда А. А. понял значение теории вероятностей для обоснования статистических методов и поступил на физико-математический факультет математического отделения Московского университета, имея в виду со временем применять статистику к исследованию общественных явлений. И в те годы, и позднее, вплоть до смерти отца, Чупров находился под его сильнейшим влиянием. Сильно влияла на него и его старшая сестра Ольга и её муж, Н. В. Сперанский.

Описывая неизвестному лицу свои занятия теорией вероятностей и статистикой в университете, он (1.10.94, ф. 2244, 1/3736) указал:

Начинаю приходить к довольно стройным взглядам на логические основания теории вероятностей. Этим предметом в связи со статистикой думаю заниматься как главным.

И действительно, уже в своей кандидатской диссертации (§ 9) Чупров уделил большое внимание логическому и философскому обоснованию статистического метода и теории вероятностей. В 1896 г. А. А. закончил университет и мог бы быть оставлен в нём для подготовки к профессорскому званию (Четвериков Е1926б, с. 4), но предпочел уехать в Германию, чтобы изучать там социальные науки.

Занимался он ими исключительно добросовестно; вот его письмо отцу 17.11.00 (ф. 2244, 1/244):

Хорошо по парижской выставке^{2.1} слоняться, увлекательно лазать по швейцарским горам, а всё как с толком засядешь за свой письменный стол, оказывается, что наслаждение интенсивной мыслью самое сильное.

Неудивительно, что крупный физик, впоследствии академик и вице-президент академии наук Иоффе (Е1928), вспоминал: Чупров

Отказался от семьи [так и не женился] и от родины, от лекций, от обеспеченного существования, чтобы не отрываться от науки.

И далее: только у Эйнштейна он, Иоффе, видел такую же увлечённость наукой, как у Чупрова. Не всё, правда, он верно подметил. Во-первых, вряд ли Чупров не женился из-за занятий наукой; уже в молодые годы его здоровье оказалось никудышным (§ 3.1). Во-вторых, в годы после революции *обеспеченного существования* у работников науки и просвещения как раз не было.

Чупров учился вначале в берлинском университете, затем в страсбургском, но влияние на него оказали только Борткевич (§ 7.3) и Кнапп (§ 7.2). Вот выдержка из его письма отцу 2.2.98, ф. 2244, 1/244):

Georg Maug в Страсбурге для меня так же невыносим, как был в Берлине Адольф Вагнер. [...] Лекции Отто Майера более оброк и довольно тяжелый. Начал было слушать теорию познания у Виндельбанда, [...], но очень уставал [ибо лекции читались по вечерам].

Изучение наук нелегко давалось А. А. (письмо отцу 10.1.97, там же):

Тревожит меня разнообразие моих вкусов, ни на чём не могу остановиться окончательно. [...] А в то же время и вне науки интересов много: интересна и музыка, и пластические искусства, – и к жизни хочется приглядеться, и с литературой познакомиться.

Он добавил, что боится остаться дилетантом во всём и что по временам ему становится *тошно* от нематематического характера политэкономии.

2.2. Зрелые годы. Преодолев свои психологические трудности и вынужденно отказавшись от более привлекательных планов (§ 7.2), Чупров выпустил в свет брошюру (1902) и защитил по ней докторскую диссертацию по государственоведению. В том же году, вернувшись в Россию, он сдал магистерские экзамены при юридическом факультете Московского университета (Карпенко Е1957, с. 287) и смог приступить к заведыванию кафедрой статистики ППИ. Докторская степень, полученная за рубежом, (только лишь) допускала к сдаче таких экзаменов (Борткевич Е1926).

В ППИ Чупров пробыл до мая 1917 г., создав при институте статистический семинар и статистический кабинет с богатейшей библиотекой (Чепарухин 1996) и воспитав немало талантливых учеников. В 1909 г. Чупров представил свои *Очерки* в Московский университет в качестве второй диссертации и успешно защитил её (Чп – Б 6.12.09; Аноним (Е1909), после чего стал профессором (20.1.10, 1/1).

Четвериков (Е1926б, с. 11) указывает, про эти *Очерки*, что

Многие вопросы остались нерешёнными до конца, ещё больше их возникало у читателя при чтении, многие трудности не столько побеждались, сколько обходились. Но [...] книга А. А. [...] будила мысль, приобщала читателя к новым научным течениям, бросала в повседневный обиход богатый набор философских идей. Успех книги был решительный; меньше, чем через год понадобилось второе издание [...]. Без Очерков вряд ли был бы возможен тот быстрый подъём интереса к теории среди профессионалов-статистиков, который выгодно отличает историю статистической мысли в России от её истории в Германии и во Франции.

См. также мнение Маркова в § 14.4. Да, Чупров будил мысль, но направлял её в сторону логики и философии за счёт математики, а две его крупные предварительные статьи (1905с; 1906е), опубликованные в Германии, погоды там не сделали.

До 1910 г. научная работа А. А. была мало связана с математикой (см., впрочем, § 7.3), но в 1910 – 1917 гг. он переписывался с

Марковым по проблемам теории вероятностей, математической статистики и их приложений, так что примерно с 1916 г. математическая статистика стала для него столь же важна, как и экономика со статистикой. В 1917 г., по рекомендации Струве и др (E1917), Чупров был избран членом-корреспондентом Академии наук, правда по классу исторических и политических наук, однако математическое направление его трудов вряд ли осталось при этом без внимания. Так, незадолго до избрания он (1916а) опубликовал в академическом журнале интересную статью математического содержания, представленную Марковым.

Помимо конкретных достижений А. А. в указанном направлении (особо – в теории устойчивости статистических рядов и в теории корреляции) ему принадлежит заслуга многолетних и частично плодотворных усилий по объединению *континентальной* статистической мысли с английской биометрической школой. Он (1918 – 1919/1968, с. 224; 1926/1960, с. 239) дважды заявил, что объединение этих течений, а вовсе не их противопоставление должно стать лозунгом статистиков, см. § 15.3, а в другом месте (1926/1960, с. 226) указал, что

Заманчивая задача, на фундаменте, заложенном русскими математиками, подготовить более прочное объединение различных стохастических направлений среди статистиков-теоретиков уже давно интересовала меня особенно глубоко^{2.2}.

Само возникновение математической статистики как единого целого из указанных течений статистической мысли было в определенной степени обязано ему. В мае 1917 г. А. А. уехал на время каникул в Скандинавию. Война всё ещё продолжалась, и только там, в нейтральных странах, он мог бы продолжать своё изучение экономического и демографического положения Германии (ср. § 4). В Россию Чупров так и не вернулся; три года он прожил в Стокгольме и Христиании (ныне Осло) (Четвериков E1926а, с. 318), затем переехал в Германию и зарабатывал на жизнь научной работой.

Экономическое положение Германии резко изменилось, гонораров явно перестало хватать и Чупров покинул страну. После недолгого и тягостного пребывания в Праге и неудачного лечения в Италии он уехал в Женеву, к своему самому близкому зарубежному другу, Гулькевичу, и умер там 19 апреля 1926 г.

2.3. Краткие биографические сведения. Родился, 1887. Окончил физико-математический факультет Московского университета, 1896. Изучал социальные науки в Берлине и Страсбурге, 1896 – 1902 и защитил докторскую диссертацию по государственоведению в 1902 г. в Страсбурге. В том же году выдержал магистерские испытания при Юридическом факультете Московского университета и стал заведывать кафедрой статистики в ППИ. В 1909 г. защитил диссертацию в Московском университете по своим *Очеркам* и, минуя магистерскую степень, стал сразу доктором.

В 1910 г., 20 января, Чупров был назначен профессором ППИ и пробыл в этой должности до мая 1917г. Уехал на несколько месяцев в Скандинавию, но не вернулся. В 1920 г. переехал в Германию, а в

январе 1925 г. – в Чехословакию (Прагу). В октябре – декабре этого года лечился в Италии, но умер 19 апреля 1926 г. в Женеве.

Был избран членом Международного статистического института (1911), членом-корреспондентом Российской академии наук (1917) и почетным членом Королевского статистического общества (1923). Переписывался с Борткевичем в 1895 – 1914 и 1919 – 1926 гг.; с Марковым в 1910 – 1917 гг.; со Слуцким в 1912 – 1914 и 1923 – 1925 гг.; с Андерсоном в 1914 г. и примерно в 1918 – 1922 гг.; с Четвериковым в 1915 – 1917 и 1921 – 1926 гг.; с Романовским в 1924 г. и написал несколько писем Пирсону, видимо в течение нескольких лет перед 1919 г.

3. Преподавание

3.1. Петербургский политехнический институт. С 1 сентября 1901 г. Чупров был *оставлен при Политехникуме* [при ППИ] для *приготовления к званию профессора по кафедре статистики* (его письмо отцу 26.10.01, ф. 2244, 1/244). Он заведывал этой кафедрой с 1902 года по май 1917 г.^{3.1} Его ученики (М. М. и Н. М. Виноградовы, Карпенко, Струмилин и Андерсон, см. Библиографию), единодушно указывали, что А. А. был блестящим лектором^{3.2} и что он выработал и осуществил на практике отечественную систему преподавания статистики.

Письма Чупрова отцу (1902 – 1907, ф. 2244, 2/245) позволяют более подробно описать его работу в первой отечественной высшей экономической школе (Карпенко Е1957, с. 288). Вначале (11.10.02) у Чупрова не было *большого влечения* к преподаванию, однако он взялся за дело добросовестно и установил хорошие отношения с аудиторией (9.11.02, 3.10.03, 15.10, 04, 6.10.05). *Устал я очень, последнее время работать совершенно не могу*, – пожаловался он отцу 23.3.03. Через три дня, 26 марта, А. А. сообщил, что консультации по практическим занятиям поглощают у него 10 – 12 часов в неделю.

О диссертации, пояснил он 15.10.04, *и подумать некогда*, а 6.10.05 указал, что его недельная нагрузка составляет 14 часов не считая каких-то дополнительных занятий и заседаний, притом в течение по меньшей мере нескольких первых месяцев Чупрову пришлось всерьёз заниматься организацией работы ППИ, например обсуждать приглашение новых профессоров (Четвериков Е1926b, с. 8). Лишь позже его студент Андерсон (Е1926/1963, с. 35) узнал от самого Чупрова, что после часовой лекции он совершенно выдыхался и должен был целый день отлёживаться. Андерсон (с. 36) также указал, что Чупров был одним из двух, а может быть и единственным из самых любимых (самый любимый) студентами.

Видимо из-за своей загруженности Чупров отказался от заведывания статистическим отделом Петербурга, а в 1906 г. – от преподавания в каких-то других учебных заведениях (8.9.06). Особые затруднения вызывала у А. А. многочисленность его слушателей: на первом курсе их было примерно 400 (9.11.06). Но в том же письме он добавил: *в преподавании нахожусь сейчас даже вкус*. Впрочем, к одному из элементов учебного процесса Чупров, кажется, так и не привык: 6.5.07 он признался, что *Экзамены тошны. Такое это гнусное занятие*.

Особое внимание уделял А. А. воспитанию талантливых учеников. 16.10.06 он писал:

Мне очень приятно помогать укрепляться в научной работе тому, у кого есть к этому влечение и кто желает сам получить помощь именно от меня.

По свидетельству Н. М. Виноградовой (Е1957, с. 324), *Подготовку молодых научных работников А. А. Чупров рассматривал как труд, равноценный его собственной научной работе*.

Та же Виноградова и особенно Карпенко (Е1928) привели сведения о лекциях Чупрова. Андерсон (см. выше, с. 34), Четвериков (Е1926b, с. 9)

и она (с. 321) сообщили, что Чупров постоянно обновлял их содержание и что (Виноградова) в некоторые годы он *излагал* историю статистики. Новосельский (Е1928, с. 327) и Карпенко (Е1957, с. 291) перечислили некоторые спецкурсы А. А.: теорию измерения смертности, выборочные исследования и теорию корреляции. В фонде Чупровых (15/1) сохранились черновые материалы 1904 – 1915 гг. к первому из них, а в письме отцу 26.11.06 (ф. 2244, 2/245) Чупров указал:

Обработал для студентов теорию сравнения рядов (теорию корреляции). На досуге можно было бы теперь на эту тему и статью сострять.

В то время он, однако, ничего не *состряпал*, но (1903) опубликовал введение в свой курс лекций. В письме отцу 11.10.02 он добавил, что отклонил предложение издать весь свой курс и *подробно объяснил свое решение* (кому?). Чупров только-только начинал тогда свою преподавательскую деятельность, но по какой-то причине так и не изменил своего решения. Подчеркнём, что к 1917 г. или несколько раньше возникла *школа Чупрова*, но война и революция положили ей конец (Андерсон Е1926/1963, с. 29).

3.2. Распространение статистических знаний. Чупров (1912b) опубликовал благожелательную рецензию на курс теории корреляции никому ещё не известного Е. Е. Слуцкого (§ 7.4.1). Примерно в то же время он (Ондар Е1977, Письмо № 48) обратил внимание Маркова на книгу Дж. Э. Юла (1912), назвав её *наиболее интересным руководством по теоретической статистике* и предпринял меры для её перевода, см. ниже. Нет сомнения, что эта книга пригодилась бы и при преподавании статистики.

Впервые упоминая про это пожелание, Чупров (Чп – С 14.4.13, 24/20) указал, что, хоть и *закалялся* редактировать, но *в данном случае считает это как бы святым делом и от зарюка готов отступить*^{3,3}. Несколько позже Слуцкий (С – Чп 27.4.14, 24/19) согласился быть переводчиком и вскоре Чупров (Чп – Чт 12.8.14, 24/8) сообщил, что отредактировал большую часть перевода. Уже после войны он (Чп – Чт 24.6.23, 24/14) заметил, что изданию книги Юла он *очень сочувствует*, однако к его же письму 28.10.14 Четверикову получатель приписал: *Перевод не был издан: началась война 1914 г. В переводе участвовали О. Н. Андерсон, Е. Е. Слуцкий и Н. С. Четвериков*. Здесь же Четвериков привёл выходные данные книги Юла.

Статистическое отделение Общества им. А. И. Чупрова (см. § 6) подготавливало шестинедельный курс лекций по статистике в университете им. Шанявского^{3,4} в Москве. Отделение составило программу курса и выбрало лекторов, в том числе А. А. и Слуцкого (§ 7.4.3). Курс должен был начаться 1 февраля 1915 г. (*Статистический Вестник*, № 1 – 2, 1914, с. 224 – 229).

3.3. Преподавание теории вероятностей и статистики в средней школе. Особый эпизод в жизни Чупрова был связан с усилиями П. А. Некрасова ввести преподавание теории вероятностей в средней школе. Математик Некрасов (1853 – 1924) стал профессором Московского университета в 1890 г., а в 1893 г. – его ректором. В 1891 г. он был

избран вице-президентом Московского математического общества и был его президентом в 1903 – 1905 гг. С 1898 г. Некрасов долгое время был попечителем Московского учебного округа (стало быть, и Московского университета), но на рубеже веков в его жизни наступил перелом. Его сочинения по теории вероятностей стали почти непонятными, в частности потому, что математика в них оказалась связанной с религией и политикой, а по своему мировоззрению он примкнул к черносотенцам (Марков младший 1951, с. 610)^{3,5}. Понятно, что либерально настроенные учёные отвернулись от него. Борткевич (1903), например, опубликовал резко отрицательную рецензию на книгу Некрасова (1902), указав на некоторые ошибки автора и на надуманность её темы, но, главное, обвинил Некрасова в *елейности* (с. 215), *реакционных возжелениях* (с. 216) и в стремлении обосновать *принципы твёрдой власти и самодержавия* при помощи теории вероятностей (с. 219). См. Шейнин (2003) и Соловьев (1997), который охарактеризовал неудачную попытку Некрасова доказать центральную предельную теорему.

Через Министерство народного просвещения Некрасов (1915) организовал заочную дискуссию о введении теории вероятностей в курс средней школы, см. также Шейнин (1989, § 1.4), и естественно, что он (14.10.13, 23/6) заранее обратился к Чупрову:

Возможно ли просить Вас [...] от имени Министерства [...] дать своё заключение по вопросу о введении в курс средней школы важнейших элементов теории вероятностей. [...] Ваш голос мог бы иметь большой вес в преодолении больших сопротивлений к этому нововведению, которое Лаплас уже сто лет тому назад признавал необходимым в общем образовании.

Во втором письме Чупрову Некрасов (17.10.13) уточнил, что просит ответить лишь по принципиальным вопросам, оставляя в стороне методику. Наконец, 31.3.14 он ещё раз повторил свою просьбу. Сохранился черновик лишь одного ответа А. А. (без даты, 23/6) и его место в переписке неясно. Впрочем, Некрасов (1915, № 3, с. 14 – 15) опубликовал выдержки из (всех?) трех писем Чупрова, хотя и не указал, что тот разрешил это.

Оказывается, что Чупров высказал опасения, предполагая более разумным усилить школьный курс алгебры, но не возразил бы против опытного введения теории вероятностей в нескольких школах. Попытка Некрасова ни к чему не привела. Во-первых, ей помешала организационные трудности изменения программы, притом в военное время; во-вторых, существовали и принципиальные возражения, особенно со стороны Маркова (1915), см. также Марков-младший (1951, с. 610 – 611), против конкретного курса, который предложили инициаторы нововведения, Н. С. Флоров и Некрасов (Некрасов 1915, № 2, с. 74 – 96)^{3,6}.

Некрасов (1910, с. 208) объявил себя учителем Чупрова по математике, включая теорию вероятностей, Чупров же (Чп – Чт 23.4.23, 24/14), узнав о смерти Болеслава Корнелиевича Млодзеевского (1858 – 1923), заявил:

Я ведь [...] в некоторой степени ученик Бол. Корн., [...] многим ему обязан. [...] Меня считал своим учеником Некрасов, но у Некрасова я только сдавал экзамены и ему [же] подавал свое кандидатское сочинение (D1896). [...] Я был знаком с [Млодзеевским] ещё с гимназии – он преподавал у нас математику в восьмом классе.

Впрочем, возможно, что Чупров изучал теорию вероятностей по литографированным лекциям Некрасова 1887/1888 и 1893/1894 гг., Млодзеевский же ничего по этой дисциплине не опубликовал (Россинский 1950).

Заметим, что Некрасов не изучал математической статистики, да и теорию вероятностей, как оказывается, знал как-то односторонне. Вот сообщение Чупрова (Чп – Б 11.11.96):

Увидев в [кандидатском] сочинении слово дисперсия, с некоторым страхом спросил меня: “Вы что это, теорию вер. к дисперсии света прилагаете?”

Некоторый интерес представляет отрицательное отношение Чупрова к введению статистики в школьный курс. В обзоре ответов на вопросник специальной подкомиссии Вольного экономического общества сказано, что он (1904d) заметил, что *при существующих условиях преподавание статистики он считает вредным, поскольку может внести сумбур в головы учащихся и [...] презрение и ненависть к этой дисциплине [...]*. Впрочем, в самом тексте ответа сказано лишь, что плохо подготовленные учителя, не интересующиеся статистикой, *понижат интерес к нашей науке.*

4. Общественно-политическая деятельность

Многие авторы (Ден Е1928, с. 313; Иоффе Е1928, с. 315) указывают, что Чупров стремился заниматься только наукой. Да он и сам (Чп – Б 1.11.97), противопоставляя себя своему отцу, заметил, что следует ограждать себя от *посягательств со стороны* и отстаивать *необходимое для своих работ время*. И всё-таки А. А. не был кабинетным учёным, а его работы были связаны с социальными темами.

Прежде всего, он в определённой мере участвовал в политической жизни. Стремясь обратить внимание интеллигенции на партию кадетов (письмо отцу 11.11.05, ф. 2244, 2/245), он опубликовал брошюру (1906а) об этой партии, а в 1906 – 1907 гг. участвовал в работе кадетской аграрной комиссии и был избран в её распорядительный комитет (письма отцу 9.11.06 и 7.2.07, там же). Он *был в числе тех немногих, которые [...] оказали серьезное влияние на выработку идейного содержания партии* (Каминка Е1926).

Утверждая (1906а, с. 3), что кадеты не имеют чёткой границы с более левыми партиями, Чупров (с. 7 и 11) заявил:

Для того, чтобы момент окончательной экспроприации настал, необходимо, чтобы капитализм развернулся шире, чем он успел развернуть себя даже в наиболее передовых странах капиталистической культуры.

В неотвратимую гибель капиталистического строя от грозящего принять хронический характер общего перепроизводства образованный экономист в настоящее время уже не может верить.

Отметим позднейшее высказывание Чупрова (1922d, с. 213):

Внутренние противоречия капитализма велики и глубоки. Но способности справиться с ними пока ещё больше.

Он не был марксистом, что видно из его переписки с отцом (1897 – 1902, ф. 2244). Здесь он весьма критически отозвался о первых двух томах *Капитала*. Во втором томе Чупрова (письмо 13.11.01, 1/244) не удовлетворила, в частности, *арифметическая манера изложения. Если перевести всё в алгебраическую форму*, – продолжал он, – *всё выходит гораздо *durchsichtiger* [прозрачнее].* Возможно, что именно это чтение для себя имел в виду Карпенко (Е1957, с. 287), указывая, что Чупров *перелагал на математический язык второй том Капитала.*

По поводу первого тома А. А. кратко сформулировал своё несогласие с его отдельными разделами (10.1.97 и 1.12.00, 1/244 и конец декабря 1902 г., 2/245), хотя и заметил, что многое из учения Маркса уже *вошло в воздух* (13.11.01, 1/244)^{4.1}. Наконец, Чупров (18.3.02, 2/245) сообщил о своей беседе со Струве^{4.2} и заметил: *От его марксизма у него теперь остались только самые слабые следы, немногим больше, чем, пожалуй, у меня.*

24.10.05 (2/245), через неделю после появления Манифеста 17 октября с объявлением конституционных уступок, Чупров написал отцу, что *на почве того, что обещано, возможна уже для всех партий*

правовая борьба, а вскоре (16.1.06, там же) заметил, что *Прогресс* возможен лишь на почве левого блока демократических элементов независимо от их отношения к социализму.

Чупров (1906с) подчас критиковал некомпетентность правительства и политические взгляды отдельных лиц, например, реакционера и черносотенца Н. Е. Маркова (1907l), а принятие нового избирательного закона после разгона II Думы он (1912с, с. 192) назвал государственным переворотом. В 1905 г. он прочёл доклад в Русском техническом обществе об анкетном (т. е. об особом выборочном) обследовании рабочих и вскоре опубликовал соответствующую статью (1905а). Основываясь на европейском опыте, он решительно заявил, что правительственная комиссия, назначенная для *выяснения причин недовольства рабочих* (с. 85), не умеет или не хочет проводить объективного исследования.

В письме отцу 27.2.05 (ф. 2244, 2/245) А. А. сообщил, что доклад он прочёл *почти экспромтом* и что его слушали не менее тысячи человек. В том же году он написал передовицу о работе высшей школы в то бурное время для *Сына Отечества*, однако соответствующий номер газеты *упразднили* (письмо отцу 7.4.05, там же).

На проводимых им практических занятиях Чупров ставил перед студентами жгучие вопросы. Так, они статистически обсуждали русскую деревню, имея в виду противоречия во взглядах народников и марксистов (письмо отцу 25.10.02, там же, см. также Карпенко (Е1928, с. 341). Злободневной должна была бы быть и научная работа ученицы А. А., М. М. Виноградовой (1916) о потреблении водки в России^{4.3}. Одним из её выводов он (1925d, § 8.2), кстати, впоследствии иллюстрировал приложения теории корреляции. Напомним (§ 3.1), что Чупров уделял исключительное внимание подготовке статистиков, а его общее отношение к преподаванию полностью опровергало его же тезис о необходимости *ограждать себя* и т. д., см. выше.

Чупров изучал очень серьёзные экономические проблемы. Он (1905b; 1912с) опубликовал важные исследования по сельскому хозяйству России, по экономическому положению Германии и отчасти Австро-Венгрии в годы войны (1915a; 1915b; 1915c; 1915f; 1916с; 1916f) и по демографии, – о численности населения России и влиянии войны на рождаемость и брачность (1916d; 1916g; 1916h). Одна статья (1913d) обращала внимание общественности на возрастание и без того высокого уровня потребления водки.

Статистические усилия А. А. в основном оставались за рамками его публикаций, особенно газетных, однако в них всё-таки проскальзывали указания на проделанный им громадный труд. Вот красноречивое высказывание (1915f, 6 ноября): *прошлой весной он не смог свести концы с концами в народно-хозяйственном балансе Германии за первый год войны* и сумел сделать это лишь впоследствии. Учитывая, что Чупров не оставлял без внимания обсуждение аграрных проблем в Гос. Думе и что число его найденных нами газетных публикаций весьма велико, **его вполне можно назвать и публицистом.**

По поводу газетных публикаций Чупрова Розенберг(Е1926/2007, с. 124) заметил, что

В позднейшие годы [после 1909 г.], когда надежды на закономерный исход в аграрном вопросе иссякли, когда вся политическая жизнь пошла у нас к распытию, – направо пойдешь, глубокая реакция, для которой не меркнет идеал крепостного права, налево пойдешь, разрушительная революция во имя призрака с мерами неслыханной жестокости и угнетения, – в это время Чупрову как публицисту стало нечего делать, и его статьи всё реже появлялись в газете, и он всё больше уходил в свою теоретическую научную работу.

И всё же А. А. написал серьёзную работу об истории и современном положении русской сельской общины (1912с). Редактором английского журнала, в котором его статья вышла в свет, был Кейнс, см. § 16.1.

Опишем теперь обнаруженные нами источники. Каминка (Е1926) утверждал, что

Научная совесть говорила ему [Чупрову], что там, где царствует большевизм, мерзость запустения неизбежна не только в политической и хозяйственной жизни, но и в культурной и научной работе.

Более того. Чупров (1919/2003, с. 8 и 17) обвинил Ленина в безразличии к судьбе России и её населения и даже заявил, что большевизм как политическая идея мертв:

*Сам Ленин, – в этом не может быть никаких сомнений у тех, кто следил за карьерой этого политического деятеля и немного знаком с его складом ума, – ни минуты не верил в возможность установления диктатуры пролетариата в России, он вовсе не для этого овладел властью. И в октябре 1917 г., и во все другие периоды своей жизни Ленин жаждал власти ради власти, не задумываясь ни о России, ни о русском пролетариате. Он был заинтересован исключительно в проведении грандиозного эксперимента *in corpore vili* [над малоценным телом] русского народа. Конечное поражение было для него очевидно, но, как и всегда, он был совершенно равнодушен к судьбе людей, которые за ним следовали.*

Отказ от ныне действующей программы как от воплощения классовых интересов пролетариата, признание необходимости поворота от пролетарской диктатуры совдепов к буржуазной модели классового сотрудничества на базе более или менее демократической организации политической жизни, – таковы выводы, к которым в октябре 1918 г. социальный эксперимент подвёл начавших задумываться экспериментаторов. Одновременно большевизм как политическая идея сходит с российской сцены^{4.4}.

Неудивительно, что Чупров размышлял об интервенции Запада в гражданскую войну в России и заявил, что она

Может дать результат только в том случае, если западная и американская демократия открыто признают её своим делом, поняв,

наконец, что в Совдепии fabula narratur [дело идёт] не о России только, а о судьбах европейской культуры.

Это – выдержка из его письма января 1919 г. кому-то из Комитета освобождения России в Лондоне, а несколько сопроводительных строк доказывают, что А. А. какое-то время сотрудничал с ним. Документы этого Комитета (30 томов) хранятся в British Library в Лондоне, но примерно за 90 лет тамошние архивисты не смогли составить их опись. Это лишний раз свидетельствует о презрительном отношении Запада к русской науке и культуре; приведенная цитата взята из документа под кодом Add 54437 (pp. 123 – 128), единственно известного нам.

5. Последние годы жизни

5.1. Временный выезд. Возвращаться или нет? 12 мая 1917 г. Чупров (1/1) подал заявление в Управление общественного градоначальника Петрограда о выдаче ему заграничного паспорта для научной поездки *на летнее вакационное время* в Швецию (Стокгольм) и Норвегию (Христианию, ныне Осло). Ден (Е1928, с. 313) сообщил, что своевременному возвращению Чупрова помешали болезнь, а затем – денежные затруднения, см. также Елисеева и др. (Е1996, с. 59 – 60). На самом же деле, даже осенью 1918 г. А. А. последовал совету всё ещё признанного в Швеции посла Временного правительства К. Н. Гулькевича (Е1926) и решил на некоторое время остаться. Таким образом он отказался от своего прежнего решения, высказанного в письме Дену 5.10.18 (Карпенко Е1957, с. 300, прим. 37), вернуться через две – три недели.

Даже прежде он (Ден Е1928, с. 313) проживал в пригороде Петрограда возле ППИ, очень редко появлялся в самом городе, и всё же, как ему казалось, вёл *слишком рассеянный образ жизни* и поэтому *всё свободное время проводил за границей, где жил уж совершенно как отшельник*, ср., однако, § 4. Четвериков (Е1926а, с. 318) прямо связал невозвращение Чупрова с *весьма неблагоприятными* условиями для педагогической и научной работы в России.

В 1946 г. ошибочно, как следует из указанного, положение описал С. В. Сперанский, брат мужа Ольги Чупровой и бывший сотрудник ППИ (Четвериков Е1926б, с. 10), в письме Б. И. Карпенко (Центр. гос. архив Петербурга, ф. 9960, опись 1, дело 255, лист 66 об):

Вы рассчитываете в письмах [Чупрова] к В. Э. Дену найти подтверждение стремления [А. А.] вернуться в СССР. Но существовало ли у покойного такое стремление? Ведь возвращение [...] было неразрывно связано с необходимостью работы (и естественнее всего в области статистики) с Советской властью. А к такой работе Ал. Ал. до самого конца жизни относился отрицательно. Это доказывается тем, что когда приехавший на статистический съезд в Риме Попов просил, через сопровождавшего его (за незнанием Поповым иностранных языков) Литошенку, Алекс. принять его в целях привлечения [...] в Центральное статистическое управление, А. А. отказал Попову в приеме. Этот факт стал известен в Москве через Литошенку.

Экономист Лев Николаевич Литошенко (1886 – 1936) работал в ЦСУ, а П. И. Попов был начальником Управления.

В апреле 1918 г. Чупрову был предложен пост начальника ЦСУ (Елисеева и др. Е1996, с. 59 – 60). Можно полагать, что А. А. отказался хотя бы потому, что никогда не занимал административных должностей. И тот же Ден (Е1928, с. 313) сообщил, что в 1918 г. правительство несколько раз предлагало Чупрову приехать для участия в совещаниях по организации ЦСУ, но что он, Ден, не знает ничего о последствиях этого. Ден (с. 314) добавил, что после 1918 г. Чупрова ещё несколько раз приглашали вернуться, но подробностей не привёл, а Андерсон (Е1926/1963, с. 30) утверждал, что в 1925 г. Чупрову

предлагали кафедре (статистики?) в СССР. И вот (Карпенко Е1957, с. 301): в 1919 г. Чупров

Принял должность заведующего статистическим бюро дореволюционного Центросоюза в Стокгольме и возглавил издание Бюллетеней мирового хозяйства.

Сам он (Чп – Чт 26.5.21, 24/12) писал об этом так:

Полтора года целиком ухлопал на Бюллетени [...] для наших кооперативных централей: с января 1919 по июнь 1920 выпускал по два номера в месяц, размером под конец листа в три печатных и более. Поглощало это рабочую силу полностью, но толку, к сожалению, вышло мало, так как по-видимому бюллетени почти не доходили по назначению.

Ещё одно приглашение, пересланное Четвериковым (видимо в июле 1925 г., 24/16) застало Чупрова очень больным. Оно исходило от Конъюнктурного института, описывало обстановку в нём и потому особо интересно:

Я долго-долго [месяца два] не решался писать Вам, пока, после переписки с Евгением Евгеньевичем [Слуцким], не увидел, что я должен это всё же сделать. [...] Николай Дмитриевич Кондратьев [...] поставил мне вопрос о возможности Вашего возвращения в Москву; Конъюнктурный институт сейчас стоит прочно, несмотря на некоторую конкуренцию со стороны госплановского Конъюнктурного совета, условия работы в нём сейчас приемлемы вполне, никакого малейшего насилия над исследовательской совестью нет. Опубликование результатов также возможно, как Вы в этом убедитесь, когда получите первый номер Вопросов конъюнктуры. Ник. Дмитр. хорошо сознаёт опасность, что Вас начнут втягивать в работу в комиссиях [...], но от этого можно отбиться, и он Вам в этом сможет помочь. Вопрос о ежегодном выезде за границу можно будет, вероятно, поставить как основное условие. Несомненно в Институте Вы найдёте штат сотрудников, каких вряд ли сможет выставить какое-либо второе учреждение в России: сотрудников, которые от всей души работают над самыми мучительными подчас заданиями.

Самые задачи на Ваше полное усмотрение: любое экономико-статистическое исследование найдёт своё место в системе работ института, да и центральная его задача – изучение взаимной связи хозяйственных показателей так безбрежно широка.[...] Само собой разумеется, что вся техническая работа по налаживанию вычислений Вас не коснётся. Свободная преподавательская работа возможна вполне, но не в университете, а в более интимном кругу, но достаточно широком.[...] Квартиру добудем и возможно, что с расчётом на четверых^{5.1}. Денежная оплата: не менее 400 руб. в месяц, на каковые деньги можно прожить в Москве втроём безбедно. [...] Книги: новые иностранные выписываются (по статистике) очень обильно ЦСУпр [...].

Минусы: всегда всё у нас под ударом, нет ничего незыблемого, нет таких установлений, таких штатов, таких планов, которых существование не подлежало бы ведению стохастики^{5.2}. Но повторяю, что относительно положение Конъюнктурного института и лично Н. Д. Кондратьева весьма устойчиво. Это до некоторой степени относится и к выездам за границу. [...]
Очень трудно судить и об устойчивости наших финансов, нашего денежного обращения. Не скрою, что по мнению весьма сведущего лица, мнением которого Вы имеете все основания дорожить, лучше, если возможно, подождать ещё хоть год. [...] Только вряд ли станет от этого что-либо яснее, добавлю от себя. [...] Самое опасное, как указывает и Евгений Евгеньевич, это неполнота сведений и их односторонняя окраска. Отчасти поэтому я и колебался. [...]

Видимо, Чупров действительно хотел бы в какой-то мере вернуться к преподаванию, и уж, конечно, он нуждался в регулярных поездках за рубеж. Вся его жизнь была непосредственно связана и с Россией, и с Европой, и, как представляется, испытанные им затруднения в научных связях между этими регионами повлияли на его решении оставаться на Западе. Мы имеем в виду не только эпизод с *Бюллетенями мирового хозяйства*, см. выше, но и длительную невозможность книгообмена. *Получать книги из России долгое время не удавалось и мне*, – писал он Иссерлису, английскому статистике, выходцу из России 22.10.24, 27/3, – *но теперь Ник. Серг. Четвериков нашёл, наконец, пути добиваться разрешения [...]*

Весьма сведущее лицо, упомянутое Четвериковым, как в воду смотрело. Директор Института Кондратьев (1927) опубликовал критическую статью о первом пятилетнем плане и уже через несколько месяцев на него обрушилась идеологическая дубина (Зиновьев 1927). Он был постепенно вытеснен из науки, а в 1931 г. приговорён к восьми годам лишения свободы. Умереть он не догадался, и в 1938 г. его расстреляли (Макашёва 1988). Заметим (Белянова и др. 1988), что в 1923 г. Кондратьев предсказал кризис капиталистической системы (хотя и ошибся при указании его начала) и его *несмертельный* характер. Ср. соответствующие утверждения Чупрова из § 4.

Но продолжим нашу основную тему. Из письма Чупрова редактору журнала *Nordisk Statistisk Tidskrift*, Т. Андерссону, в котором он регулярно публиковался, от 10.8.25 (фонд Борткевича в Упсала, Швеция) мы узнаём, что он действительно получил приглашение Конъюнктурного института и посчитал обещанные условия работы прекрасными, но добавил:

Несмотря на все эти соблазны, я не колебался ни на миг. Лучше я останусь ещё несколько месяцев в нынешнем не слишком привлекательном промежуточном состоянии [без перспективы постоянной работы в Праге], нежели буду дышать тамошним воздухом. Для того, кто не проиёл [там] через школу этих тяжёлых лет, возможность акклиматизироваться по существу исключена. [Aber trotz aller dieser Lockungen habe ich keinen Augenblick gewankt. Lieber bleibe ich noch monatelang in Prag in der jetzigen nicht allzu reizenden Interimsituation sitzen als die dortige Luft zu atmen. Für einen der

durch die Schule dieser schweren Jahre nicht gegangen ist, ist die Akklimatisierungsmöglichkeit so gut wie ausgeschlossen.]

Не колебался, хоть в предыдущем письме Андерссону 23.7.25 заметил, что его *акции* в России *стали выше, чем когда-либо*, – быть может ввиду его избрания в 1923 г. почётным членом Королевского статистического общества. Ещё раньше, 20.5.23 Чупров написал Гульдбергу (там же), норвежскому математику, с которым был в переписке:

Если я вернусь в Россию, мне сразу предложат профессию в различных институтах Москвы и Петербурга [Петрограда] и, кроме того, вероятно выберут в Академию Наук. Но по многим личным и иным причинам я не хочу при нынешних условиях возвращаться. Надеюсь, что не в столь отдалённом будущем условия в России изменятся, но пока мы придём к этому могут всё же пройти годы.
[Wenn ich nach Rußland kehre, werden mir sofort Professuren an verschiedenen Hochschulen von Moskau und Petersburg angeboten und ausserdem werde ich wahrscheinlich in die Akademie der Wissenschaften gewählt. Aber aus vielerlei Gründen, sowohl persönlichen wie anderen, will ich unter den jetzigen Verhältnissen nach Rußland nicht zurückkehren. Ich hoffe, daß die Zeit nicht mehr fern liegt, wo die Verhältnisse in Rußland sich ändern, aber es kann doch noch Jahre dauern bis wir soweit sind.]

Чупров был уже членом-корреспондентом Академии Наук, и его возможные выборы в неё непонятны. Нам осталось заметить (письмо Чупрова Гульдбергу 18.11.24), что в 1920е годы студенты ППИ (многие из которых никогда не видели Чупрова) убедительно просили его вернуться. Святая простота!

5.2. Швеция и Германия. Письма Чупрова Гулькевичу 1919 – 1921 гг. (Чупров 2009b) позволяют описать его жизнь в то время. До июня 1920 г. он прожил в Христиании (частично в Стокгольме) и с июня 1919 г. издавал *Бюллетени мирового хозяйства* (см. § 5.1), затем переехал в Германию (вначале в Берлин). Чем же он занимался с октября 1918 г., когда решил повременить с возвращением (см. там же)? Гулькевич (E1926/2007, с. 169) сообщает:

Он переезжает ко мне, следит внимательно за тем, что происходит там, пытается разгадать [русскую] загадку. Полное единогласие в оценке событий [...].

Кроме того (§ 4), он пишет очерк о разложении большевизма и сотрудничает с Комитетом освобождения России и в какой-то степени продолжает свои научные занятия. 23.7.19 Чупров пишет Гулькевичу (Чупров 2009b, с. 15):

Сейчас мы в таком тупике, из которого я лично выход нахожу только в наркотиках своих математических формул, да и то не заглушают боли так, как бывало раньше. [...] Сейчас никаких путей я не вижу. Не вижу и руководителей, внушающих доверие. [...] Воссоздать Россию может только массовое народное движение. Но как его поднять? [...] В конце концов опору даст утрясшееся среднее

крестьянство. Но крестьянство наше так ещё бесформенно, что процесс собираения его грозит затянуться невесть на сколько времени.

Насильственная коллективизация деревни сделала этот процесс невозможным.

В то время Чупров интересовался также и планом учреждения русского издательства в Скандинавии и своим возможным авторским участием в его работе. В Берлине Чупров оставался до сентября 1920 г. 12 августа того года он написал Гулькевичу, что не хотел бы жить там, поскольку его научная работа прерывалась бы то и дело. В своих письмах он в основном описывал работу берлинского русского издательства *Слово* (его планы, кадры, возможности), потому что Гулькевич был определенно как-то заинтересован этим в финансовом смысле. Он также успешно предложил *Слову* переиздать брошюру своего отца 1904 г. и написал к ней предисловие (Чупров 1921b). 23 июля 1920 г. (с. 33) он описал общее положение в Берлине:

Тяжело здесь, [...] определённо тяжело. [...] Очень тягостное кругом настроение: подавленность, беспочвенность, бессильная злоба, страх грядущего. [...] К русским отношение такое, что частенько становится не по себе: слишком уж за своего считают. [...] Страх, что и Германии не избежать большевизма, распространён широко и очень глубок. [...] Боятся не столько военных действий со стороны русских большевиков, сколько выступлений собственных немецких коммунистов.

К Франции ненависть жестокая. Своей идиотской политикой заносчивого дразнения и непрерывных мелочных унижений Франция острее растравляет раны, чем общей версальской линией своей политики...

Другой существенной темой его писем была гражданская война в России, третьей – споры о новой орфографии, принятой там. Многие сотрудники *Слова* желали придерживаться старых правил (3 августа 1920 г., с. 38),

причем кроме соображений политико-сентиментальных выдвигаются в пользу [прежней системы] [...] два действительно веских доводов. Один [...] – крайняя трудность найти [...] грамотных по-новому наборщиков и корректоров,

другой – заведомое нежелание многих читателей иметь дело с новой орфографией. Сам Чупров не разделял подобных моральных соображений и полагал, что для каждой книги выбор следует делать особо.

В сентябре 1920 г. Чупров переехал в Дрезден. В письме 11 сентября (с. 54) оттуда он сообщал:

Того развала, как в Берлине, здесь не чувствуется. В Берлине царят самодовольный шибер [спекулянт] и озлобленный спартакист^{5.3} [...]. В Дрездене нажим снизу не менее силён: безработица растёт с недели

на неделю, и безработные непрерывно устраивают демонстрации [...] Но пока ещё не сломлен общий тон жизни [...].

Чупров обсуждал работу нескольких русских издательств и в Германии (включая *Слово*), и за рубежом, и комментировал занятия Гулькевича (которые из-за отсутствия его писем остаются непонятными). 27 октября 1920 г. (с. 71) Чупров привёл обширные выдержки из письма своей младшей сестры из Москвы старшей сестре Елене в Берлин, описавшей жуткие условия своей жизни, а 12 января 1921 г. (с. 80) указал (бездоказательно), что смертность в Петрограде в то время составляла 8.8% в год. Вот для сравнения утверждение У. Фарра, ведущего английского статистика, примерно 1857 г. (Шейнин 1982, с. 260):

Ежегодная смертность населения, превышающая 17 на 1000 в год, это неестественная смертность. Если бы людей расстреливали, топили, сжигали, травили стрихнином, их смерть была бы не более неестественной, чем смертность, скрытно вызванная болезнями и превышающая [...] 17 на тысячу живущих.

И вот ещё о России (22 января 1921 г., с. 86):

Правое эсерство могло бы дать основы политической организации крестьянства; в этом, в сущности, его историческое призвание. Но для того, чтобы из этого что-либо вышло, необходим больший реализм, большая свобода от шор партийной догмы и несравненно большая терпимость. По некоторым встречам с рядовыми эсерами мне казалось, что идёт осязательный сдвиг в этом направлении, но орган их лидеров показал, что на верхах безнадёжно мертво.

Партия эсеров (1901 – 1922) была близка мелкой буржуазии, а после революции защищала интересы землевладельцев. Её независимая фракция организовывала террористические акты.

Интересное утверждение содержится ещё в одном из писем Чупрова, но мы вернёмся к нему в § 14.4.

Будучи ещё в Берлине, Чупров сотрудничал с С. Н. Прокоповичем, который издавал там *Экономический вестник*. Позднее Прокопович переехал в Прагу и продолжал выпускать свой журнал под новым названием *Русский экономический сборник*, а кроме того в обоих городах возглавлял небольшой Экономический кабинет. Чупров сотрудничал с Прокоповичем и переписывался с ним; 16 его писем 1922 – 1926 гг. из Гос. архива Русской Федерации (ГАРФ), ф. 5902, опись 1, № 250, теперь опубликованы (Чупров 2009а, с. 54 – 78), но ни одного письма Прокоповича, видимо, не сохранилось.

Чупров, как выясняется, активно сотрудничал в выпуске указанного журнала (в обоих городах) своими советами и критикой (и опубликовав в нём несколько статей). На титульном листе первого выпуска *Экономич. Вестника* перечислено несколько человек включая А. А., наиболее тесно сотрудничавших с Прокоповичем (фактически – членов редколлегии). Несколько писем из указанного числа Чупров

написал из римской больницы (§ 5.4) и они ясно показывают, что тамошние врачи так и не установили диагноз его заболевания.

Прокопович был видным философом и занимал высокое положение в партии кадетов, из которой, однако, вышел (Дмитриев 1998, с. 67), был и министром Временного правительства. Напомним, что Чупров активно работал в ней же (§ 4). В сентябре 1922 г. Прокопович и его жена, Е. Д. Кускова, известный либеральный политик, в числе 160 философов и историков были выдворены из Советского Союза (Куртуа и др. 1997/1999, ч. 1, гл. 5, с. 142). И тот, и другая были чрезвычайно благожелательно настроены к Чупрову.

5.3. Поиски работы. Прага. Покинув Швецию, Чупров смог возобновить свою научную работу в Германии, проживая там почти как отшельник (ср. начало § 5.1) за счёт своих гонораров. Так (Чп – С 14.1.23, 24/20), он сообщал:

Пока это идёт довольно легко. Пока радуюсь, что имеется возможность довольно много времени уделять научной работе.

Сравним с этим его письмо Д. А. Лутохину 9.3.24 (Елисеева и Дмитриев 1997, с. 115):

Вообще, кроме нэпачей да спецов высших категорий нелегко ещё там и сейчас живётся. А дышится нашему брату и того тяжелее.

Лутохин (1886 – 1942) был юристом, занимал крупные должности. В 1923 г. был выслан из СССР.

Затем положение А. А. ухудшилось. Вот его письмо 2.12.24 (27/3) Иссерлису: *Жить в Германии на заработок пером, как жил я последние годы, стало [...] уже невозможно.* Примерно такие же строки содержатся в двух других его письмах (Чп – Чт 18.11.24, 24/15, Чп – С 27.12.24, 24/20). В первом из них он назвал свое возможное место работы, Русский юридический факультет в Праге.

Появились и другие планы, связанные с переездом в Ригу или Осло, а издательство Teubner предложило Чупрову стать главным редактором нового статистического журнала *с Мизесом и Бортом помощниками*, однако предложенная ему оплата не удовлетворила бы его скромным, надо сказать, потребностям (Чп – Чт 20.4.25, 24/16). Журнал, видимо, так и не был основан.

Кафедра статистики в Риге, которую Чупров имел в виду, так и не была учреждена, а переезд в Осло не состоялся, в частности потому, что, как Чупров (Чп – Чт 4.6.25, 24/16) ещё раньше заметил, ему было *как-то и не в охоту перебивать дорогу* одному норвежцу. Об Осло Чупров сообщал и в других письмах (Чп – Чт 24.7.23, 24/14 и 14.6.24, 24/15)^{5,4}, но там он прочёл курс лекций, который послужил основой для его книги (1925d).

Здесь уместно добавить (Карпенко Е1957, с. 287), что к концу жизни Чупров знал семь языков (возможно, включая русский), не считая греческого и латинского. Мы назовём немецкий, французский, английский, итальянский, шведский и норвежский. На норвежском языке он даже читал беллетристику (его письмо Гульдбергу 20.5.23, архив Борткевича в Упсале).

О двух отпавших возможностях см. также ниже, но во всяком случае, Чупров переехал в Прагу; его первое письмо оттуда Борткевичу было датировано 27 января 1925 г. Там, однако, его жизнь не сложилась и его письмо, написанное через несколько месяцев (Чп – С 9.5.25, 24/20), оказалось тревожным^{5.5}:

Прочно я тут едва ли обоснуюсь. Подзывают меня в Ригу, где предполагается учредить для меня вторую кафедру статистики. [...] А кроме того подманивают меня мои Кристианские [из г. Христиания] математики в Осло [...] на подлежащую там замещению доцентуру – к сожалению, на юридическом факультете с обязательством читать курс для начинающих; притом есть пара своих молодых статистиков, которые охотятся занять доцентуру.

Вот чёткие сведения о жизни Чупрова в Праге (Лутохин 1928/1997, с. 116):

Чупров поместил статью в [...] Вестнике Статистики и был за это ошельмован своими коллегами. Приехав в Прагу, он собирался баллотироваться в члены академического союза, но докладчик, который должен был огласить его кандидатуру, узнав о статье в советском журнале, отказался представить [его] собранию Союза. Этим санкция не ограничилась. Профессорской стипендии от чехов он не получил, и ему пришлось временно принять скромную синекуру, предложенную ему С. Н. Прокоповичем.

5.4. Конец. Трудно сказать, где очутился бы Чупров через год, но здоровье его, всегда бывшее хрупким (Четвериков Е1926а, с. 320, см. также § 3.1), как раз в то время пошатнулось (Чп – Чт 25.7.25, 24/16; Чп – С 27.8.25, 24/20): *Чувствую себя в последнее время довольно неважно*, написал он в первом письме, и, во втором:

Последние недели я сильно расклеился. Извела бессонница, к которой присоединилась простуда. Мечтаю, что юг выправит. Предполагаю двинуться на юг дня через два.

И он отправился в Италию. После отдыха на севере страны (Ден Е1928, с. 309) Чупров поехал в Рим, на сессию Международного статистического института. Затем, однако, ему пришлось лечь в клинику; оказалось, что он более трех месяцев был болен *неопасно, но серьёзно* бронхитом и *маляриеподобной* болезнью, которую врачи не могут объяснить (Чп – Чт 1.11.25, 24/16).

В своём последнем письме Четверикову Чупров (22.11.25, 24/16) указал:

*Куда я отсюда [из Рима] отправлюсь пока мне неизвестно. [...] Последние дни сравн. не худо, жар не очень высокий. За день до того А. А., однако, уведомил своего ученика, что из клиники его, *кажется*, скоро выпустят и направят в санаторий в Мерано (в Сев. Италии)^{5.6}.*

Как бы то ни было, вскоре Чупров оказался в Женеве, у Гулькевича. 12 – 17.2.26 (ф. 2244, 1/3733) он написал своей сестре Елене, жившей в Берлине, что чувствует себя *в очень надёжных медицинских руках*, но добавил, что *всё не удаётся поймать возбудителя*. Через два месяца, 19 апреля, он умер.

В Праге, в мае того же года, Прокопович, В. А. Розенберг (бывший сотрудник редакции газеты *Русские Ведомости*, и С. С. Кон, ученик Чупрова (Чупров 1918 – 1919/1968, с. 153, прим. 12), отзываясь на просьбу Елены Чупровой, вскрыли чемодан Чупрова с его бумагами и перечислили его содержание (Чупров 2009а, с. 21 – 23). Среди рукописей были две, с тех пор полностью (1928) или частично (1931) опубликованные в переводе и три других, см. список неопубликованных и утерянных работ Чупрова в Библиографии.

Впрочем, вот мнение Андерсона (E1926/1963, с. 34):

Полагаю, что ему потребовалось бы по крайней мере ещё десять лет, чтобы подготовить к изданию уже начатое и в основных чертах законченное.

[Soweit ich es beurteilen kann, hätte A. A. Tschuprow noch 10 Jahre benötigt um die von ihm begonnen und in ihren Grundzügen bereits fertiggestellten Arbeiten endgültig abzuschließen und für den Druck vorzubereiten.]

Отсюда следует, что этот материал был почти весь утерян.

Видимо те же названные лица составили анонимную *Записку об издании сборника статей по статистике и экономике, посвященного памяти проф. А. А. Чупрова* (Чупров 2009а, с. 16 – 20). В ней были перечислены авторы сборника, лишь часть которых согласилась участвовать, другая часть не успела ответить, а некоторых ещё не пригласили. Среди этих авторов были Пирсон, Кейнс, Стеффенсен, Борткевич, Мизес, Андерсон, Прокопович и Кон. Но, во всяком случае, этот сборник не был издан.

Аналогичная попытка была сделана в Москве (письмо Четверикова 12 или 13 мая 1926 г. Кону в Прагу (Чупров 2009а, с. 24 – 30). Предложение о выпуске собрания сочинений Чупрова обсуждалось в Академии Наук, но не было принято. Помимо финансовых затруднений оказалось, что ни один академик не смог бы высказать мнение о трудах Чупрова; его пребывание за рубежом не было, однако, помехой.

Четвериков также указал, что в Москве и Ленинграде пройдут специальные памятные конференции, см. соответственно Елисеева и др. 1996, с. 4) и *Заседание* (1928). В Москве доклады (оставшиеся неопубликованными) прочли Четвериков, Слуцкий и Н. М. Виноградова и предложение об издании трудов А. А. было направлено и в ЦСУ. Добавим: и похоронено там. Мало того. В *Вестнике Статистики* не появилось некролога (см. § 7.7) и Четвериков (E1926а) и Георгиевский (E1927) опубликовали свои памятные статьи за рубежом.

6. Членство в научных обществах

Сохранился ряд писем Чупрову от английского экономиста, математика и статистика Эджуорта (1845 – 1926). В первом (26.3.09, 26/7) он сообщил, что в связи с отставкой И. И. Янжула^{6.1} Совет Королевского экономического общества поручил ему, Эджуорту, как редактору журнала *Economic Journal*, просить Чупрова стать корреспондентом по России (Correspondent for Russia), т. е. доводить до сведения журнала экономические новости, составлять для него отчёты об экономических исследованиях и литературе и представлять заметки (не обязательно собственные) экономического содержания.

Эджуорт также разъяснил, что корреспонденты могут при желании вступить в Общество. Чупров (черновик ответа без даты, 26/4) предложил Эджуорту статью об отмене общинного землевладения в России (см. § 16.1), но от реферирования литературы по существу отказался. Эджуорт (26.4.09, 26/7) согласился с этим, и Чупров стал корреспондентом Общества. Уже в 1917 г. Чупров получил типографское уведомление о годичном собрании Общества (26/4), но членом Общества он, кажется, так и не стал, да и корреспондентом оказался лишь в формальном смысле. Действительно, переписка нового редактора журнала *Econ. J.*, Кейнса, с Чупровым (1911 – 1916, 26/4) свидетельствует о том, что помимо указанной статьи А. А. не представил Обществу никаких материалов.

В 1911 г. Чупров был избран в Международный статистический институт. 3 июня этого года Президент Института Л. Бодио сообщил ему (28/6): *Вы избраны действительным членом [...] 94 голосами из 134.*

В 1923 г. Чупров стал также почетным членом Королевского статистического общества (*J. Roy. Stat. Soc.*, vol. 86, 1923, p. 597). По случаю его смерти Общество приняло резолюцию соболезнования (§ 16). 7 декабря 1911 г. при Московском университете было учреждено Общество им. А. И. Чупрова для разработки общественных наук и А. А. был избран членом его Совета (*Юридич. Вестник* № 3, 1913, с. 293). В этой должности он оставался по крайней мере до 24 февраля 1917 г. (там же, № 3 – 4, 1914, с. 370; № 3, 1915, с. 245 и № 3, 1916, с. 237); комплект *Юридич. Вестника* за 1917 г. (последний год его существования) уже не содержал хроники Общества. В те годы Общество выпускало журнал *Статистический Вестник* (1914 – 1917) и собиралось провести курс лекций по статистике в университете им. Шаньявского в Москве (§§ 3.2 и 7.4.3).

Самый высокий научный титул, а именно звание члена-корреспондента Российской академии наук, Чупров получил в 1917 г. (§ 2.2).

7. А. А. Чупров и другие учёные

7.1. Введение. Здесь мы опишем отношения Чупрова с другими учёными и в том числе с тремя из его учеников. Его связи с Марковым мы посвятили § 7.10, и возвращаемся к нему в § 8. Заметим, что в архиве Чупрова (30/7) имеются черновые варианты тёплых, благожелательных характеристик двух других его учеников, Б. И. Карпенко и будущего *врага народа* В. И. Хотимского. Его арестовали в 1937 г. и *вскоре его не стало* (Кольман 1982, с. 132).

Особое место в жизни Чупрова занимала переписка. Кон (*Памяти* E1926b, с. 29) засвидетельствовал, что по собственным словам Чупрова

На личную переписку, в которой львиная доля приходилась на переписку с учениками, у него уходила приблизительно треть рабочего времени.

То же самое Чупров сообщил Четверикову 19.7.22 (24/13), добавив: *Временами трудненько, но экономить на этом я не считаю правильным.*

Действительно, Чупров старался помогать своим ученикам. Неделю *почитай что целиком* он отдал подготовке Кона к магистерским экзаменам, который сдал их *блестяще* (Чп – Чт 19.3.23, 24/14). Далее, он устроил бедствовавшего Андерсона на преподавательскую работу (§ 7.8.2), стремился помогать Четверикову (§ 7.7.2) и Мордуху (§ 7.9). Мы также отметили (§ 3.1), что Чупров с особой заботой относился к талантливым студентам.

Вот аналогичные факты, уже не относящиеся к его ученикам.

1. Статистик А. А. Кауфман писал Чупрову (6.3, год не указан, 22/16): *Ваша манера вести научный спор ничего кроме упрочения взаимного уважения и симпатии за собой вести не может.* Его последующие письма, очевидно, того же года, были написаны после 1905 г., – видимо, в 1906 или 1907 г.

2. Сильной стороной Чупрова было добросовестное рецензирование, и мы особо опишем результат одной из его рецензий (письмо Непременного секретаря Академии наук от 29.12.15, № 2523, 28/12 на его имя):

Императорская Академия наук постановила присудить Вам золотую рецензентскую медаль как знак своей признательности за любезно исполненный Вами по поручению Академии разбор труда Н. А. Крюкова Славянские земли [...]. [...]

Примите уверение в совершенном моём почтении и таковой же преданности. Сергей Ольденбург

Книга Крюкова вышла в двух томах в Петрограде в 1914 и 1916 гг., но из письма Ольденбурга неясно, относилась ли рецензия Чупрова только к её первому тому или к обоим томам^{7.1}.

В позднейшем письме Четверикову 19.3.23 (24/14) Чупров указал:

Отзыв [о книге не известного ему автора] я написал по мере сил сдержанно, опасаясь ушибить человека, быть может достойного сочувствия или хотя бы сожаления. И, по поводу другого автора:

Оставаясь объективно справедливым, можно иной раз учинить жесточайшую несправедливость.

Всего Чупров опубликовал более 30 рецензий, причём некоторые из них были либо *почти*, либо по существу оригинальными статьями. В конце жизни они обеспечивали ему серьёзный и действительно необходимый дополнительный источник заработка, но в то же время они являлись вторым направлением его тогдашней деятельности и, кстати, доказывали, что он оставался знатоком статистики в целом и её весьма различных приложений.

3. В своей переписке Чупров неоднократно упоминал одного совершенно неизвестного автора. Вначале он (Чп – Чт 23.4.23, 24/14) вспомнил только фамилию этого автора и место издания его брошюры, Четвериков же (Чт – Чп 9.7.23, 24/14) отыскал ее и послал ему выписку. Года через полтора Чупров (Чп – Иссерлис 2.12.24, 27/3) указал по поводу взаимоотношения между видами поверхностей и линий регрессии для случая трех переменных:

Я к этому вопросу пришёл независимо от Вашей статьи (1914), отчасти в связи с одной очень примитивно сделанной, но любопытной по мысли русской работой пензенского статистика Ратенка.

Ещё интереснее, что Чупров (1928/1969, с. 101, 120 и 123; 1924b/1960, с. 176) ссылался на Ратенка. Тот, кстати, прочитал доклад о сельскохозяйственной статистике в Пензенской губернии на Третьем всероссийском статистическом съезде (*Вестник Статистики*, № 9 – 12, 1922, с. 38 второй пагинации).

4. Последний эпизод был вызван одним неприятным происшествием (Чп – Чт 20.4 и 4.6.25, 24/16). Вот первое письмо:

Очень меня огорчила весть об уходе Ник. Андр. с первого курса унив. и о том, что тут замешан Бор. Серг. [Ястремский] Хотелось бы посоветовать Вам не избегать встреч с Бор. Серг., а, напротив, поговорить с ним по душам и, коли надо, как следует выругать его. В основе своей он несомненно добропорядочный человек.

Выругать за идеологически уничтожающую рецензию на книгу Митропольского (1925). Во втором письме Чупров сообщил о предстоящем выходе в свет его собственной рецензии (В1925с) на ту же книгу Николая Андреевича Митропольского, но на самом деле в обоих случаях он должен был иметь в виду Аристарха Константиновича Митропольского^{7.2}. Аналогичные эпизоды читатель найдёт ниже.

7.2. Г. Ф. Кнапп. Экономист и статистик Кнапп (1842 – 1926) был в 1874 – 1918 гг. профессором политэкономии и статистики в Страсбургском университете^{7.3}. Он сильно повлиял на Чупрова тем, что заставил его изменить направление своих исследований. Вот что об этом написал Чупров (Чп – Б 5 – 10.3.98):

Много копался я это время в истории теории вероятности [!]. Нашёл массу поучительного и любопытного. Картина развития

вероятного, история его отношений к статистике рисуется мне теперь с полной отчётливостью в главных чертах, да и детали почти ясны. Ещё приналежь малость, и моя собственная система в её исторических рамках тут как тут. Казалось бы, и ковать железо пока горячо.

Я и ковал, работал много и интенсивно, но ... человек предполагает ... Выбил меня из моего увлечения статистикой Кнапп. Он почти насильно втянул меня в беседу о моих планах, которой я старательно избегал, так как предвидел, чем она должна была кончиться. К намерению сдавать здесь докторский экзамен Кн. отнёсся сочувственно, не без интереса выслушал рассказ о моей работе, но принять её в качестве диссертации отказался, находя, что по своему философскому характеру в государственнонаучный факультет [она] не годится. Спорить я не стал, ибо в глубине души с ним согласен, да и очень он умильно просил меня не настаивать, не навязывать ему работы из малознакомой и совсем не симпатичной области и не ставить его в щекотливое положение перед факультетом.

Возьмите Вы какую-нибудь работу аграрно-статистического характера по русским материалам, обработайте по к.-н. вопросу в духе Вашего реферата [см. ниже] земско-статистическую литературу. На том мы и помирились и сейчас я списываюсь – довольно, впрочем, безуспешно, ибо не получаю всё ответа – с отцом о выборе темы. [...] Вся эта история нагнала на меня некоторую хандру [...], – не то, чтобы предстоящая работа меня не интересовала, – нет, в течение осени я очень заинтересовался аграрной экономией, и к работе вроде той, что я возьму, меня и без Кнаппа тянуло, а досадно бросать теоретическую работу, когда как раз в неё втянулся. Хуже же всего дурачки неопределённое положение. Не то, что начать работать, даже тему сколько-нибудь определённо поставить нет возможности.

В письме отцу 2.2.98 (ф. 2244, 1/244) Чупров высказал мысли, аналогичные тем, которые он сформулировал выше:

Теория статистики захватывает меня без всякого сравнения глубже, работа над ней даёт гораздо более интенсивного наслаждения.

А. И. Чупров решительно утвердил тему исследования (видимо, всё-таки выбранную сыном) и активно помог ему (Четвериков Е1926b, с. 6). Работа Чупрова (1902), отредактированная Кнаппом, оказалась его докторской диссертацией. 18.2.00 Чупров сообщил отцу (ф. 2244, 1/244), что Кнапп посоветовал ему опубликовать свою ещё не оконченную диссертацию на немецком языке. В этом случае, убеждал Кнапп, Чупров займёт место в *ряду исследователей аграрных отношений*. Чупров так и сделал, и Кнаппу пришлось немало повозиться, исправляя стиль и грамматику автора, см., например, письмо Чупрова отцу 15 июня 1901 г. (там же). Неудивительно, что Четвериков (Е1926а, с. 316) назвал Кнаппа *истинным учителем* Чупрова. Добавим, что аграрно-экономическими проблемами Чупров

неоднократно занимался и в дальнейшем и во многих газетных статьях и статьях, особо упомянем (1912с).

Карпенко (Е1957) описал отношения Чупрова с Кнаппом недостаточно определенно. Вначале, ссылаясь на одно из писем Чупрова, он (с. 285) отзывался о Кнаппе весьма положительно, но затем (с. 286 и 311) дал ему же резко отрицательную оценку. По архивным данным можно, однако, уточнить дело. Прежде всего заметим, что сохранилось два письма Кнаппа А. И. Чупрову 1895 г. (ф. 2244, 1/1701), не относящиеся, правда, к А. А. Далее, в конце 1897 г. Кнапп и А. А. были довольны друг другом, поскольку Борткевич (14.12.97, ф. 2244, 2/51) переслал А. И. Чупрову *очень лестную аттестацию* сына, составленную Кнаппом (она не сохранилась), а 18 дек. 1897 г. Чупров сообщил Борткевичу, что *по-прежнему очарован* [...] Кнаппом и *наслаждается* его лекциями.

Последнее утверждение Чупров повторил в письме отцу 2.2.98 (ф. 2244, 1/244). Не причисляя себя к *тесной школе Кнаппа и слишком во многом* расходясь с ним, Чупров всё же признал, что Кнапп обладает *художническим темпераментом и изобразительным даром* и что в этом [очевидно, в методологическом смысле] он *решиительно* чувствует себя его учеником. В свою очередь, Кнапп (там же) с исключительной похвалой отзывался о реферате Чупрова по книге *Влияние* (1897), ср. Карпенко (Е1957, с. 285).

Расхождения во взглядах Кнаппа и Чупрова нас не удивляют, поскольку Кнапп (1872, с. 101) считал, например, что каждое данное преступление имело свою причину (это верно) и что поэтому нельзя вводить, как это делал Кетле, понятия о средней склонности к преступлению. Тем самым он подрывал суть статистического метода, и естественно, что Борткевич (1904, с. 822) заявил, что Кнапп выступает против приложения теории вероятностей к статистике и (Е1910, с. 358) назвал его *убеждёнейшим противником* таких приложений. Но заметим, что Кетле вполне мог хотя бы ввести неравные склонности для различных групп населения и ссылаться на ЗБЧ в форме Пуассона.

Ещё раньше Чупров (Ч – Б 2.12.96) заявил, что *решиительно не разделяет* отрицательного отношения Кнаппа к теории вероятностей, а затем (Чп – Б 17.2.98) критически отзывался о мнении Кнаппа по поводу ЗМЧ Борткевича (§ 7.3.2-4), который он, Чупров, в то время высоко ценил. *Интересное* в примерах Борткевича на приложение этого закона, заметил Чупров, Кнаппу *недоступно* и обосновал своё замечание словами самого Кнаппа. В свою очередь, Борткевич (Б – Чп 5/17.1.00) позднее прямо заявил, что Кнапп *неспособен понимать чужие мысли*.

В 1899 г. Кнапп высказал Чупрову своё мнение о нём и Чупров описал этот эпизод в письме отцу (ф. 2244, 1/244):

Я очень проницателен, работаю всегда с большой затратой моральных сил. Мои природные наклонности в этом [?] направлении ещё изоцурены математической школой. Эти свойства очень хороши для работы в области математики или теоретической статистики, [...] но [...] очень вредны при работе в области общественных наук, ибо здесь некогда улучшить своё научное вооружение, надо бить тем,

что есть в руках. [...] В груди Чупрова живут две души^{7.4} и всё теперь в том, удастся ли [ему] побороть свою математическую душу.

Наконец, дополнительная трудность состоит в том, что Чупрова интересует не столько само изучаемое явление, сколько то, что о нём сказали другие. И Чупров заключает, никак не комментируя сомнительный тезис Кнаппа о научном вооружении: *раскусил он меня нехудо.*

Быть может именно этот эпизод произвёл неблагоприятное впечатление на Борткевича, который задал Чупрову вопрос (10/22.7.99):

Пришёл ли Кнапп к сознанию, что его взгляд на Вас слишком односторонен или остался при прежнем, высказанном Вам в лицо мнении?

Пожалуй, Кнаппу действительно следовало бы желать не противоборства двух душ у Чупрова, а их слияния. Вскоре Борткевич (10/22.10.99), ссылаясь на сообщение самого Чупрова, заверил своего корреспондента, что рад тому, что дело с Кнаппом у того наладилось. Возможно, что Борткевич имел в виду прежнюю психологическую разобщенность между Кнаппом и Чупровым, сведения о которой имеются, например, в более раннем письме Борткевича 12/24.9.98.

Заметим, наконец (письмо Чупрова отцу 1.12.00), что Кнапп сравнил ход мыслей Чупрова с непринуждённой, но выработанной длительными тренировками походкой танцовщицы.

7.3. В. И. Борткевич. Переписка Владислава Иосифовича Борткевича (1868 – 1931) и Чупрова продолжалась с 1895 по 1914 г. и возобновилась после войны вплоть до смерти Чупрова. По образованию Борткевич был юристом, однако он известен как экономист, статистик и математик-прикладник. В конце XIX в. он был приват-доцентом Страсбургского университета (т. е. доцентом со сдельной оплатой труда), а в 1901 г., после краткой работы в России, получил профессию в Берлине и окончательно переехал в Германию, изменив своё имя на Ладислаус фон Борткиевич. См. о нём Andersson (1931), Schneider (1931), Anderson (1932), Lorey (1932) и Hertz (2001).

Он стал близким другом Чупрова и, живя (кроме как в Страсбурге) в разных городах, они регулярно переписывались (Борткевич и Чупров 2005). Борткевич (E1926) опубликовал некролог Чупрова и написал письмо его родственникам, очевидно, по-русски, однако Андерссон (1931, с. 19) привёл его на английском языке без всякого пояснения и не указав его местонахождения, см. также начало § 7.3.1:

От своего общения с ним я получил много хорошего и для ума, и для души. Его смерть я ощущаю так, будто что-то очень важное и ценное выпало из моей личной жизни, сузило её смысл и понизило её значение. Вряд ли стоит упоминать, что [кроме Чупрова] не было ни единой живой души, с кем я мог бы так интересно и плодотворно беседовать о предметах, принадлежащих нашей специальной области.

[My intercourse with him gave me much good for both mind and soul. I feel his death as if something very important and valuable had dropped out of my personal life and reduced its meaning and import. I need hardly say that there was no living person with whom I could carry on such interesting and fruitful conversations on subjects within our own special province.]

Андерсон (1932/1963) указал, что широта знаний Борткевича была *огромной* (с. 532), но что (с. 531) у *анти-математических немецких статистиков он не возбуждал серьёзного отклика* и (с. 534) оставался *чуждым элементом*. Он же (с. 533) заметил, что авторы многих *более слабых работ* не публиковали их, *страшась его разрушительной критики*.

Борткевич *требовал очень многого от своих читателей* (там же), которых у него, видимо, никогда не было много.

[Вот соответствующие немецкие слова и фразы Андерсона: Der Umfang der Kenntnisse Bortkiewiczs war ungeheurer; Nur unter den antimathematischen Statistikern Deutschlands fand er keinen tieferen Anklang; "Fremdkörper"; schwächere, vernichteten; Er stellte [...] sehr hohe Ansprüche an die Vorbildung und Intelligenz seiner Leser.]

Его называли *статистическим Папой* (Woytinsky 1961, с. 452 – 453), а Schumacher (1931, с. 573) объяснил его отношение к науке словами Ветхого Завета (Исход 20:3): *Да не будет у тебя других богов пред лицом Моим*. В § 16 мы упоминаем Борткевича как одного из зачинателей старой немецкой математико-статистической школы.

7.3.1. Его жизнь на рубеже веков. Несколько раз Борткевич сообщал Чупрову о своих занятиях (или попытках занятий) математикой. Весной 1894 г. он (Б – Чп 3/15.11.96) *поосновательнее* занялся теорией вероятностей, а в 1900 г. *опять* (письмо 5/17.1.00) изучал математическую статистику *в связи с составлением статьи* (1904). В 1896 г. он по совету Чупрова попытался ознакомиться с каким-то сочинением Дарбу, но пожаловался (Б – Чп 3/15.11.96):

Кажется, читать не буду, т. к. превосходит моё математич. понимание. Пришлось бы сначала прочесть ещё кое-что. Не хочу отвлекаться.

Чупров (D 1896, с. 79) упоминал мемуар Дарбу 1878 г. об аппроксимации функций больших чисел, и если он имел в виду именно эту работу, то Борткевича можно понять. Видимо (Чп – Б 17.11.96), Чупров рекомендовал этот мемуар, думая, что Борткевич обеспокоен замечаниями Маркова (§ 7.3.2-4).

Lozey (1932, с. 204) заметил, что в 1892 г. Борткевич заявил, что из непрерывности функции следует её дифференцируемость. Это лишний раз свидетельствует о том, что у Борткевича не было математического образования.

С самого начала Борткевич и Чупров почувствовали взаимную симпатию. Борткевич (Б – Чп 22.10/3.11.96) назвал Чупрова внимательным читателем и критиком, и (3/15.11.97) *тонким ценителем*, а своё знакомство с ним приятным и полезным (9/21.11.97). В свою очередь, Чупров (2.12.96) признался, что после нескольких дней начинает скучать, не получая писем от своего друга, затем (5 –

10.3.98) пожаловался: *Мне так недостаёт живого обмена мыслями с Вами.*

В письмах отцу он (23.2.97 и 29.5.00, ф. 2244, 1/244) охарактеризовал всё это:

Очень большое значение имели для меня [...] сношения с Борткевичем. [...] Я понял теперь, что за высокое наслаждение и какой могучий стимул обмен мыслями с лицом, могущим схватить каждый оттенок твоей мысли, твоего отношения к его мысли и оценить их. [...] До сих пор мне приходилось работать в одиночку; твоё участие, твои советы и замечания были мне всегда [...] живой поддержкой, но не легко было пользоваться ими, да и работал я всё в областях, в которых ты не работаешь. [...] С Борткевичем же нас связывает общность интересов и близость направлений, мы работаем над одними и теми же вопросами, примыкая к одним и тем же предшественникам. [...] Переписка с ним полезна и приятна для меня. [...] Правда, учителем моим в этой области он быть не может – разница знаний между нами недостаточно велика – но, не бывав никогда на положении ученика, я даже предпочитаю отношения старшего и младшего товарищей^{7.5}.

Борткевич относится к науке как к спорту. Его интересует упражнять и проявлять свои недюжинные силы. [...] Он очень самолюбив; любит людям imponировать. [...] На этой почве у него развивается показное отношение к науке, – ну, вроде того, как Пушкин описывает в Египетских ночах, – отношение Чарского к поэзии и поэтам в обществе. Силён в Бортк. и скептицизм. [...] В существе у него и к науке, и к жизненным вопросам вполне серьёзный и интерес, и отношение, но он предпочитает этого не показывать, ему в большинстве случаев лучше нравится рисоваться скептицизмом. [...] В душе он сильно полонофил.

Пройдут годы, и Чупров станет ещё более критически относиться к Борткевичу. Так, из двух его высказываний о желательности слияния континентального направления статистики с английской биометрической школой (§ 2.2) одно было вызвано, как он (1918 – 1919/1968, с. 224, прим. 45) сообщил сам, *резкими выпадами Борткевича против последней*. См. также ниже.

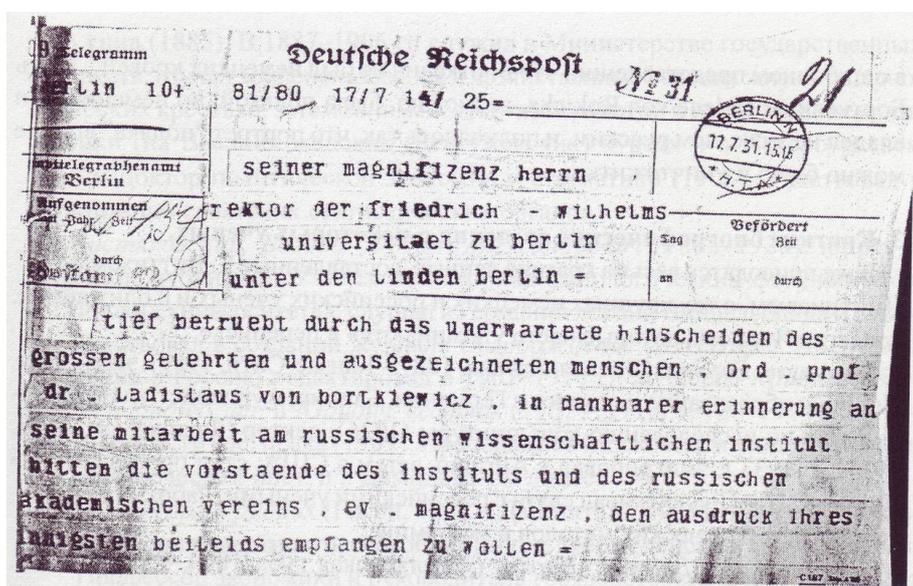
В 1897 г., будучи лишь приват-доцентом в Страсбурге, Борткевич (Б – Чп 10/22.1.97) стремился получить *место* в Петербурге. Его желание исполнилось: с 1 сентября того же года он (Б – Чп 3.10.97) был принят на службу в Управление казёнными железными дорогами, но скрывал это от администрации университета, *поскольку нельзя бы было сохранить звание пр. доцента* (Б – Чп 9/21.11.97)^{7.6}.

Осенью 1899 г. Борткевич (Б – Чп 10/22.10.99) начал читать лекции в престижном Александровском лицее, куда его рекомендовал А. И. Чупров (Б – А. И. Чупров 25.8/6.9.97, ф. 2244, 1/1058; Б – Чп 3.10.97). Именно с этой должности он уехал в Берлинский университет. Уже в 1898 г. Борткевич (Б – Чп 17.5.98) сообщил, что согласился бы принять, как мы его поняли, прочное и перспективное место в Страсбурге. Через несколько лет ему предложили хорошую должность в России, в Управлении государственными сберегательными кассами

(Б – Чп 11.7.05), но он отказался: *Возвращаться в Россию, к тому же на службу [а не для преподавания] мне не очень бы хотелось* и добавил, что сомневается в жизнеспособности государственного страхования жизни (чем ему предложили заниматься) и что *настоящий момент едва ли благоприятен для возвращения*^{7.7}.

В последующем письме 22.7.05 Борткевич дополнительно указал, что чувствует себя в Германии *прекрасно в смысле рода, условий и места деятельности*. Впрочем, намерением *писать по-немецки* он дорожит *гораздо больше, чем преподаванием*, поскольку не ценит себя *особенно высоко как лектора и руководителя*. Кроме того, в России возможно потрясение общества, и неизвестно как *новые власти* отнесутся к государственному страхованию.

И всё же он, Борткевич, серьёзно подумал бы о кафедре страхования, если таковую учредят в ППИ [и предложат ему]. Подобная кафедра в ППИ, кажется, так и не появилась и во всяком случае Борткевич остался в Германии, не теряя, впрочем, научных связей с Россией. В частности, не считая самых ранних работ, он опубликовал ещё три статьи на русском языке (1903; Е1910; 1921). В 1921 г. русский статистик П. Д. Азаревич писал (Фортунатов 1914, с. 237): *Всякий раз, когда я вижу В. И., мне становится жаль, что его упустили из России. Вот истинный человек науки*. Много больше на эту тему приведено в нашем предисловии к книге Борткевич и Чупров (2005, с. 9 – 11), здесь же мы лишь дополнительно приведём текст телеграммы на его смерть (см. фото), Архив Университета им. Братьев Гумбольдт, шифр UK PAB 347.



Его Превосходительству господину Ректору Берлинского университета Фридриха-Вильгельма Унтер ден Линден Берлин Глубоко опечалены неожиданной кончиной большого учёного и прекрасного человека д-ра Ладислауса фон Борткевича. С благодарными воспоминаниями о его сотрудничестве с Русским научным институтом дирекции Института и Русского научного

общества убедительно просят Ваше Превосходительство принять самое искреннее соболезнование.

7.3.2. Его научные интересы в то время.

Мы оставляем в стороне работы Борткевича по изучению смертности и (1894 – 1896; 1904) методологии приложения теории вероятностей к статистике^{7,8}.

1. Энциклопедический словарь Брокгауза и Ефрона. Борткевич начал принимать участие в его составлении, хотя в нём известна лишь одна его статья, [Производственные] *Несчастные случаи* (1897). Его же статья *Незаконные рождения* так и не увидела света (Б – Чп 3/15.3.97): редактор, *верно не приняв всерьёз моего обещания [...], поручил написать её другому*, который опередил Борткевича. Последний *выслал* [в редакцию] *письмо довольно резкого свойства* и отказался от дальнейшего сотрудничества. Он, однако, ещё успел договориться с редакцией о передаче статьи *Нравственная статистика*, которую взялся было написать, Чупрову, и эта работа оказалась первой публикацией молодого учёного (1897), притом в её составлении ему дружески помогла Ольга Чупрова (Четвериков Е1926b, с. 5). Борткевич (Б – Чп 26.1/7.2.97) сообщил, что был занят своей статьёй (1897), которая (и так уже) отрывала его от публикации ЗМЧ, см. ниже.

2. Меры точности. В нескольких письмах Чупрову (5/17.1.96, 31.12.96, 12.1.97, 10/22.1.97) Борткевич сообщил о своих попытках установить соотношения между различными мерами точности наблюдений, – вероятной, средней квадратической, *средней арифметической* ошибками. Занимался он этим, видимо, в связи со своим ЗМЧ, но имеющиеся описания недостаточны и описать его результаты затруднительно.

Во втором письме Борткевич с некоторым сомнением утверждал, что в известном Чупрову месте Гаусс допустил ошибку, поскольку дифференцирование по f не имело смысла:

Из того, что его merkwürdige Lehrsatz не рецензирован никем, можно, я думаю, заключить, что и другим читателям показалось, что тут что-то неладно, добавил он.

В третьем письме, видимо под влиянием Чупрова (Чп – Б 16.1.97), Борткевич отступил:

Я склонен признать неправильность своих подозрений, хотя всё ещё не свыкся с результатом. Во всяком случае, весьма интересно, что теорема никем, по-видимому, не рецензирована.

Ссылка Борткевича на *замечательную теорему* позволяет установить, что он имел в виду § 10 *Теории комбинаций* (Гаусс 1823). В указанном месте f было некоторой постоянной, однако затем Гаусс принял её за переменный параметр (и оговорил это). Winckler (1866) исходил из этой теоремы в своём исследовании, но, правда, не рецензировал этот мемуар.

3. Пуанкаре. Опишем его впечатление (Б – Чп 26.1/7.2.97) от просмотра (правда, предварительного) руководства Пуанкаре (1896). Он *с удовольствием* заметил у Пуанкаре (с. 74 – 75) выражения для моментов случайной величины с нормальным распределением и продолжал:

Поражает через меру почтительное отношение к [...] Bertrand. Следов специального знакомства с литературой теории вероятностей не заметно. Курс написан так, как будто Лапласа и Пуассона, в особенности последнего, не было на свете.

Борткевич, видимо, не знал, что уже Гаусс (1816, § 5) ввёл моменты случайных величин с одновершинным распределением, не заметил интереснейшего объяснения Пуанкаре (1896, с. 129 – 130) равномерного распределения малых планет по эклиптике действием случайности и вряд ли обратил внимание на то, что великий французский ученый (как и Бертран в 1888 г.) ни словом не обмолвился о Чебышёве, классические мемуары которого были опубликованы на французском языке в 1846 и 1867 гг. (и в 1891 г., уже после выхода в свет книги Бертрана)^{7,9}.

4. Закон малых чисел. Так Борткевич озаглавил свою брошюру (1898), которая сразу же оказалась в центре внимания статистиков^{7,10}, и Чупров (§ 8.1, Письмо 69а) указал нескольких её комментаторов. Сам Борткевич неоднократно возвращался к своему закону, но его точку зрения трудно понять.

Он изучал устойчивость числа появлений редких событий и утверждал, что ряд взаимно независимых испытаний с переменной вероятностью появления редкого события можно рассматривать как выборку из совокупности с постоянной вероятностью такого события. Этот факт, или скорее близость коэффициента дисперсии (§ 14.1) единице, т. е. устойчивость ряда, он и назвал ЗМЧ. Однако, Колмогоров в анонимной энциклопедической заметке 1954 г. (БСЭ, 2-е изд., т. 26, с. 169) указал, что этот закон был лишь устаревшим названием предельной теоремы Пуассона, а мы (2008b) доказали, что он действительно не представлял собой ничего нового.

Чупров (1909/1959, с. 284 – 285) заметил, что ЗМЧ вызвал многочисленные споры и разъяснил своё понимание этого закона, который допускал различные толкования. Его мнение сильно изменилось с тех пор, когда он (1905с/1960, с. 79) заявил, что Борткевич *дал [...] точное математическое обоснование* тому, что при малом числе появления редкого события и большом числе испытаний количество появлений устойчиво. Мы допускаем, что он так и не позволил себе серьёзно критиковать своего друга, но всё же см. Письмо № 69а в § 8.1.

Марков (см. ниже) ознакомился с трудом Борткевича (1898), а точнее с его предварительным вариантом уже в 1896 – 1897 гг., но не заинтересовался им так, как в 1912 г., в переписке с Чупровым. До публикации своего сочинения Борткевич обсуждал его не только с Марковым, но и с Чупровым и Лексисом. Чупров (Чп – Б 29.10.96) заметил, что это название закона замысловато, но вместе с тем обманчиво выразительно, да и Лексис посоветовал отказаться от него

(Б – Чп 22.10/3.11.96). Много позже Мизес (1921/1964а, с. 108 прим.) предложил подходящее, но слишком длинное название, *ЗБЧ в случае малого ожидаемого числа появления события* и тем самым почти предвосхитил Колмогорова (см. выше).

Чупров также рекомендовал сослаться на Пуассона, аккуратнее определить точность приближенных вычислений и оценить вероятность случайного расхождения между эмпирическими значениями используемых величин. Борткевич (1898, с. 1) действительно привёл ссылку на Пуассона, но в позднейшем сочинении (1915, с. 245) заметил, что Чупров *лишь впоследствии* сообщил ему о формуле Пуассона. В том же письме 1896 г. он частично признал второе замечание Чупрова, но заявил, что оценка значимости указанного расхождения в его работе не столь важна.

Через несколько дней Борткевич (Б – Чп 3/15.11.96) добавил:

Я отнюдь не исключаю мысли, что моя работа может выиграть от некот. изменений, прибавок и т. д. как в математическом, так и в стилист. отношении (больше примеров и, главное, сравнений между большими и малыми группами населения – где и насколько больше постоянства). Но, с другой стороны, положительно не могу тратить так много времени. Лучше не ждать, а поделиться тем, что имеешь сказать нового, тем более, что я пишу [...] этюд. Можно будет впоследствии напечатать Neue Untersuchungen zum Gesetz der kl. Zn или Abermals das Gesetz der kl. Zn [Новые исследования о ЗМЧ или Ещё раз о ЗМЧ]. Как бы то ни было, за Ваши замечания очень Вам признателен.

Борткевич явно ошибался: времени жалеть не следовало; его подход напоминал аналогичный и вряд ли подходящий совет Кнаппа Чупрову (§ 7.2). 4.11.96 Борткевич уведомил Чупрова о своём элементарном варианте вычисления дисперсии случайной величины, распределённой по биномиальному закону, и заключил:

Вот, [...] [теперь] я согласен сделать то изменение, которого требовал Марков в моей работе, но не прибегая к помощи производящих функций и последовательных дифференцирований.

Он (1898, с. 40 – 41) действительно так и сделал. Отклоненный им метод (применимый к распределениям вообще) теперь является стандартным, но в то время был, возможно, новым. Во всяком случае, сам Марков (1900/1924) не упомянул его, так что Борткевичу следовало бы дополнительно разъяснить и его. Разговор с Марковым о ЗМЧ не ограничился указанным (Б – Чп 9.11.97):

А то взять [...] мой последний трехчасовой разговор с Марковым по поводу зак. м. чисел. Он [разговор] принёс мне одно раздражение. Он [Марков] опять [!] требовал изменения заглавия. По этому поводу разговорились о зак. бб. чч. Оказывается, что Марков относит это название (как и Чебышёв) к тому случаю, когда известны заранее все вероятности, следующие одна за другой при n испытаниях [...], думая, что этот случай и есть обобщение теоремы Бернулли. Правда, что

положив $p_1 = p_2 = \dots = p_n$ получается тот же результат, но ведь Пуассон разумел другое [ср. § 9.3.1]. Марков в конце признал, что может быть у Пуассона и есть какая-то двойственность, но полагал, что следует считаться с тем пониманием термина зак. бб. чч., какое встречается у позднейших писателей. [...]

Он находил, что следует значительно сократить матем. выкладки и удивлялся, что Вы как математик не обратили на это моего внимания.[...] Наконец, по вопросу о приложимости и приложений т. вероятн. к статистике Марков, не будучи знаком с литературой предмета, развивал мысли, долженствующие служить возражением на мой зак. м. чч., но не представляющие интереса. В результате он готов был дать отзыв [на предмет публикации] в том смысле, что математ. вычисления нашёл правильными, но не решился произнести мнение о научном значении работы, считая её относящейся к статистике.

В заключение Борткевич сообщил, что Академия наук всё же отказалась опубликовать это сочинение, поскольку оно уже находилось в печати и должно было выйти в свет (на немецком языке!). В том же письме он указал, что Веселовский^{7.11} заявил, что его, Борткевича, рукопись *всецело относится к математической теории вероятностей.*

И вот ответное письмо Чупрова (Чп – Б 18.12.97):

*Ваш рассказ об академии и академике и об отношении последних к Вашей работе меня страшно возмутил.[...] Погодите, будет и на нашей улице праздник. Года через три, через четыре мы с Вами будем тон задавать нашей статистике.[...] Сознание, что статистика – наука *für sich* [сама по себе], требующая специалистов в значительной мере математической подготовки, постепенно прививается в нашей учёной и неучёной публике.*

По отношению к Маркову Чупров был неправ: ЗМЧ относился не к теории вероятностей, а к её приложениям и сомнения Маркова можно понять. Много позже Борткевич (Б – Чп 16.12.10) снова упомянул свои трудные разговоры с Марковым:

Полемизировать с ним несладко, в особенности по вопросам, в которых он помимо их чисто математической стороны ничего не смыслит.

В связи с этим и с предыдущими эпизодами укажем, см. § 8.2.2-2, что в Письме 28 1910 г. Чупрову Марков (Ондар Е 1977) заметил, что не интересуется (точнее: в то время не интересовался) приложениями теории вероятностей к статистике, а в Письме 44 того же года заметил, что *ни на шаг не выйд[ет] из той области, где компетентность [его] не может подлежать сомнению.*

Последний раз Борткевич (Б – Чп 29.3.11) упомянул Маркова; сообщив, что тот выслал ему отгиск своей статьи, видимо, статьи (Е1911), он продолжал:

К его рассуждениям о том, что нормальная дисперсия отнюдь не представляет собой максимальной устойчивости, я вернусь когда-нибудь. [...] По существу он в этом вопросе ничего не прибавил к Крису и обнаружил большую самонадеянность, думая, что статистики не видели того, на что он обращает внимание.

Борткевич (1894 – 1896, 1895, с. 330 – 331/1968, с. 101 – 102) критически описал рассуждения Криса (1886), заметив, что тот недостаточно учёл стохастические обстоятельства и во всяком случае указанного выше утверждения у Криса не было и до Лексиса не могло быть.

Борткевич так и не оценил связи своего ЗМЧ с распределением Пуассона (см. также выше). В двух письмах Чупрову (25.4.09 и 29.3.11) он заявил, что под ЗМЧ разумел [как и в 1898 г.] факт согласия формулы [какой именно?] с действительностью. Во втором случае он добавил, что Пуассон *никак не может получиться родным отцом закона малых чисел*, потому что этим термином он, Борткевич, никогда не называл соответствующую формулу. Более того, он [в отличие от Пуассона] не имел в виду малость вероятности *как решающий момент*, поскольку редкость можно понимать как малое число появлений события при малости общего числа испытаний. Следуя этой мысли, он, однако, должен был бы отказаться от распределения Пуассона и вообще переписать чуть ли не всю свою брошюру.

Наконец, Борткевич (Б – Чп 7.3.10) пожаловался:

О принципиальном значении и понимании зак. м. чисел нам, как это ни странно, по-видимому делается всё труднее столкнуться. Я ведь не отрицаю, что малость p влияет очень часто в смысле построения [...], т. к. колебания p очень часто соотносятся с его численным значением. Перемены в моих взглядах с 1898 года не произошло.

7.4. Е. Е. Слуцкий. Евгений Евгеньевич Слуцкий (1880 – 1948) был экономистом, – пользовавшийся международным признанием как один из предшественников эконометрии (Zarkovich 1956, с. 338/1977, с. 484), – статистиком и математиком, – одним из создателей теории случайных функций, – в этом хронологическом порядке. С 1913 г. он преподавал в Киевском коммерческом институте и с молодых лет изучал труды математического направления в экономике, которые позднее, в советское время, оставались под запретом примерно полвека. В 1926 г. Слуцкий вынужденно обратился к статистике, занимал высокую должность в Конъюнктурном институте (и одновременно в ЦСУ). После его ликвидации жизнь Слуцкого оказалась *далеко не сладкой* (§ 7.7). Он перешёл на приложения статистики, но его планы оказались слишком широкими для неакадемических исследовательских институтов и тогда он стал профессиональным математиком. В течение *статистического периода* своей жизни Слуцкий внимательно следил за работой Чупрова и стал его ревностным сторонником. Его сочинения (1960; 2010) являются сборниками его математических статей и переводов его

статистических публикаций соответственно. Его биографию описали Колмогоров (1948а) и Четвериков (1959).

7.4.1. Ранний период творчества. В 1912 г. вышло в свет первое сочинение Слуцкого, которое *сохранило значение и интерес до настоящего времени* (Колмогоров 1948а, с. 143). Вскоре Чупров (1912b) опубликовал рецензию на него (и на работу Леонтовича 1909 – 1911). К книге Леонтовича Чупров отнёсся весьма критически, и, в частности, заметил, что Н. С. Четвериков обнаружил 42 опечатки в её таблицах. Совсем иначе он описал книгу Слуцкого:

В небольшом объеме автором ясно и отчётливо изложены теоретические построения английских статистиков-математиков, имеющие дело с одной из интереснейших проблем статистической теории, с измерением тесноты связи между явлениями. Развивая методологические идеи Гальтона, Пирсон и его школа понемногу выработали целую систему разнообразных и тонких количественных характеристик связи.[...].

Г. Слуцкий хорошо разобрался в обширной английской литературе предмета и, вполне овладев материалом, толково изложил его. Научно оригинального в книге немного, но такой цели автор себе и не ставил. Задача же составления учебного руководства [...], сводящего воедино достигнутые результаты, выполнена автором удачно. Тем из русских статистиков, которые располагают хотя бы не очень большими сведениями по высшей математике, книгу г. Слуцкого можно рекомендовать живейшим образом. Даже те, кому доступна иностранная литература, не сделают ошибки, если для первоначального ознакомления обратятся к этому русскому руководству.

Неудивительно, что Слуцкий вступил в переписку с Чупровым. 22.11.12 (24/19) он написал:

Я прочитал Ваши отзыв в Рус. Вед. о моей книжке[...] и приношу Вам свою самую искреннюю и глубокую благодарность за него. Мне, как начинающему работать в этой области, очень отрадно сознавать, что моя первая печатная работа, несмотря на все её недостатки, в общем всё же может считаться полезной для русской публики. [...]

А. А. Марков разносит меня [за мою книгу]. Я получил от него письмо, да профессор Д. А. Граве^{7.12} получил на ту же тему 3 письма с просьбой показать мне. Если мой последний ответ покажется ему более или менее удовлетворительным, то переписка по всем признакам продолжится и дальше.

Д. А. Граве принимает большое участие в полемике, т. ск. [так сказать] налаживая её (иначе мне было бы трудно приспособиться к такой необычной манере письма как у А. А. Маркова). С точки зрения строгого математика, конечно, нетрудно было А. А. Маркову найти ряд слабых пунктов, но при этом нападение очень решительное затронуло и ряд принципиальных вопросов, в которых мне приходится защищать Пирсона.

Сам Марков упоминал Слуцкого в письмах Чупрову (Ондар Е1977, №№ 45 – 47, 1912 г.). Книга Слуцкого, писал он в № 45, его *интересует, но не прельщает*. И далее (№ 47): эта книга ему *не очень [...] нравится, но [...] интересуется*. Известно также одно письмо Слуцкого 13 ноября 1912 г. Маркову (Архив РАН, ф. 173, д. 18, № 1); Ондар (там же, с. 158) привёл небольшую выдержку из него, мы же выпишем его почти полностью.

Глубокоуважаемый Андрей Андреевич!

От Д. А. Граве я узнал, что Вы мне писали, но я не получил до сих пор открытки, адресованной Вами на Коммерческий институт. Разрешите ответить Вам и на неполученное письмо, тем более, что Д. А. Граве нашёл возможным познакомить меня с содержанием Вашего письма к нему. Сначала относительно прибавок. [...] Это чисто редакционный недосмотр, что я их не оговорил тут же. [...]

Остальные замечания Ваши в такой мере неопределенны, что писать по их поводу слишком затруднительно. Моя работа [1912] явилась результатом изучения методов Пирсона по оригинальным мемуарам. Ближайшим толчком послужили: книжка Леонтовича [1909 – 1911] (совершенно непригодная для изучения этих методов) и бывшие у меня сведения о том, что в известных статистических кругах в России уже назревает потребность в применении этих методов, в частности метода корреляции. Я считал себя не вправе откладывать опубликование работы, усовершенствованию которой мешали различные личные обстоятельства, и решил ограничиться простым сжатым изложением, которое, как мне казалось, должно было помочь тем статистикам, которые по недостатку ли математических знаний, по другим ли причинам не могут обращаться к оригинальным мемуарам.

Я могу придать только переносный смысл Вашим словам о том, что Вы не понимаете доказательств. Смею думать, что математической грамотности за моей работой отрицать нельзя, в чём между прочим убеждает меня и то, что (по частным моим сведениям) книжка моя была рекомендована студентам А. А. Чупровым. Т. обр. я думаю, что Вы считаете мою книжку непонятной по тем же причинам, по коим Вы находите работы Пирсона антиматематическими [видимо, так Марков заявил в своём письме Граве]. Дело, очевидно, в недостатке строго математической обосновки фундамента теорий и методов.

*Несмотря на моё глубокое и искреннее преклонение перед Вашими познаниями и Вашим авторитетом, я позволю себе быть другого мнения. Я считаю, что недостатки изложения Пирсона – временные, такого же порядка, как известные из истории недостатки математики 17 и 18 века [веков]. Строгий фундамент под работу гениев был подведен только *post factum*, то же будет и с Пирсоном. Я взял на себя изложение того, что сделано. А. А. Чупров изложит когда-нибудь вопрос о корреляции с философско-логической стороны, осветит его как метод исследования. Зрелому математическому уму чистого математика предоставлено будет усовершенствовать математический фундамент теории.*

Если моя работа обратит внимание русских математиков и статистиков на Пирсона, мои скромные ожидания будут удовлетворены. Хотя я и считаю возможным развить все теории Пирсона исходя из строгих абстрактных предпосылок^{7.13}, но я не считаю себя вправе утруждать Вас, навязывая своё мнение. Во всяком случае, я сочту приятным долгом ответить и приватно, и в печати на все недоумения и возражения по поводу моей книжки.

Когда появилась книга Некрасова [1912], я подумал, что моя работа излишня; но, ознакомившись ближе с изложением г. Некрасова, я убедился, что он даже не изучил как следует соответствующей литературы. Т. обр. продолжаю думать, что моя книжка, написанная без претензии на оригинальность (кроме дополнений к теориям Пирсона в §§ 15, 18, 33) в русской литературе не лишняя [...].

Позиция Маркова относительно биометрии, формально безупречная, оказалась неконструктивной, но во всяком случае его общение со Слуцким (и с Борткевичем, см. § 7.3.2-4 и, конечно, с Чупровым) показывает, что он следил за развитием теоретической статистики в России и старался повлиять на него (а его *необычная*, т. е. грубая форма письма хорошо известна).

Марков, видимо, попросил Граве сообщить ему о Слуцком, и вот ответ Граве 4 ноября 1912 г., Архив РАН, ф. 173, д. 5, № 1:

Многоуважаемый Андрей Андреевич,

С Е. Е. Слуцким я познакомился при следующих обстоятельствах. Меня пригласили на заседание общества экономистов при К. Ком. [Киевском Коммерческом] Инстит. прослушать доклад по приложениям пирсоновской теории в статистике. Этот доклад делал Слуцкий, который оказался молодым человеком, недавно окончившим университет, получившим золотую медаль за работу по политической экономии, но по каким-то причинам не оставленным при университете.

Я навёл справки прямо у учителя Слуцкого, профессора политической экономики. Ответ этого профессора поразил меня непривычным для математического уха способом мотивировки. Оказывается, что, по словам профессора, Слуцкий вполне талантливый и серьёзный учёный, но профессор не решился представить его к оставлению при университете ввиду явно выраженных у Слуцкого симпатий к социал-демократическим теориям.

Когда я не удержался и заявил, что при оставлении при университете на математическом факультете обыкновенно не спрашивают, каких политических взглядов держится автор, то профессор политической экономии посоветовал оставить Слуцкого при математическом факультете. Я, конечно, принуждён был заявить, что не имею никакого желания вмешиваться в дела юридического факультета и прошу оставить в покое математический факультет.

После этого разговора Слуцкий попал в число моих учеников и протеже. Хотя я совершенно не знаком с его работами и математической части его доклада не понял. Юристы, профессора К.

Ком. Инстит., не понявшие книги Слуцкого (1912) и желая познакомиться с теорией Пирсона, просили меня изложить эту теорию как следует в моём курсе страховой математики (1912). Не знаю, как выйти из этого затруднительного положения, ибо прямо противно читать эти вещи.

7.4.2. Пирсон. Вскоре Слуцкий (31.3.13, 24/19) обратился к Чупрову с чрезвычайно большой просьбой, так что можно представить, что последний тепло отозвался на предшествующее письмо из Киева:

*Дело обстоит в следующем. Я послал Пирсону две заметки 1) *On the criterion of goodness of fit of the regression lines etc* & 2) *On a modification of the difference method of determining correlation etc*^{7.14}. Пирсон ответил тотчас же [...] со своей всегдашней аккуратностью: он возвращает мои статьи и приводит основания, которые Вы можете усмотреть из прилагаемой копии его письма [не сохранилась].*

Против того, что он говорит по поводу 2-й заметки, я бы не спорил, т. к. он выдвигает лишь гл. обр. соображения целесообразности. Впрочем, факт помещения в Биометрике статьи Harris (1909), старающейся[ся] приспособить метод разностей также и к табличным данным, говорит как будто за то, что отказ Пирсона не совсем правилен и что следовало бы эту заметку опубликовать. Но мотив отвержения 1-й заметки [...] меня поразил и, как Вы увидите из копии моего ответа Пирсону [не сохранилась], я не могу считать его возражения ничем иным как явным недоразумением. Не получая от Пирсона ответа более двух месяцев, я мог бы послать свою заметку в какой-нибудь другой журнал. Удерживает меня от этого мысль о том, что может быть по какой-нибудь странной aberrации мысли я не вижу чего-то слишком простого и грубо заблуждаюсь. Если б не эта гипотеза, неволью появляющаяся при столкновении с таким выдающимся противником, я бы сказал, что безусловно уверен в своей правоте.

И вот на этом-то основании я и позволю себе обратиться к Вам. [...] Я буду Вам чрезвычайно благодарен, если Вы не откажетесь высказать Ваше мнение по поводу моего с Пирсоном разногласия и если Вы найдете возможным в какой-либо форме оказать содействие в помещении этой заметки в каком-нибудь иностранном журнале. Я посылал её уже в [London, Edinb. and Dublin] Phil. Mag., но вследствие обременения портфеля редакции получил обратно и пока – до Вашего совета – хотел бы воздержаться от дальнейших попыток.

Чупров, видимо, решил просмотреть эту работу Слуцкого. Выезжая за границу, он, однако, не решился взять с собой рукопись и рекомендовал Слуцкому обратиться в журнал Королевского статистического общества (Чп – С 14/27.4.13, 24/20). Очевидно, Слуцкий так и сделал: его работа (1914b) была напечатана именно в нём.

В 1919 г. Андерсон (Елисеева и Волков 1999, с. 115), в письме другу Слуцкого, Л. Н. Яснопольскому, назвал отношение Пирсона к Слуцкому личным раздражением. И далее:

Полагаю, что работа Е. Е. Слуцкого обнаруживает в авторе крупного знатока пирсоновского критерия и связанных с ним методов статистического исследования, равного которому в России в настоящее время вряд ли найдется.

7.4.3. Дальнейшие события. В скором времени Чупров предложил Слуцкому прочесть курс каких-то лекций (см. ниже), и тот согласился, добавив (С – Чп 27.6.14, 24/19):

Свой курс по математ. статистике в [Киевском] коммерч. инст. я строю на чисто математическом фундаменте, посвящая введению в аналитич. геометрию и дифференц. счислению около месяца (12 часов с практич. занятиями); при этом я прохожу метод наименьших квадратов в его интерполяционном аспекте (не касаясь вначале теории вероятн.). После этого теория корреляции идёт легко. [...] Опыт прошлого года [...], который я провёл с пятью постоянными слушателями, меня удовлетворил больше, чем опыт предшествовавшего года, когда я начал с общедоступного, лёгкого при нескольких десятках слушателей и растерял их всех когда перешёл к более сухой материи и упражнениям.

Вначале, впрочем, Слуцкий хотел отказаться от лекций. Вот что писал ему Чупров 7/20.6.14, 24/20:

На Великом Посту [...] при университете Шанявского в Москве будут устроены курсы по теории ст-ки. [...] Ник. Серг. [Четвериков] передал мне, что Вы не хотите взять на себя чтение курса с корр., к-рый мы планировали поручить Вам. Очень жаль! Наши комбинации это совсем спутывает. Без корреляции обойтись нельзя – корреляция и интерполяция должны несомненно занять центральное место. А кому поручить? [...] Мне? Но я из того, что за вычетом корр. остаётся, именно: интерполяция, выб. иссл., некоторые хотели бы ещё и устойчивость [статистических рядов] прихватить, могу взять только часть, т. к. не имею возможности приехать в Москву более, чем на неделю. [...] А затем и с Вашей личной точки зрения не знаю, правильно ли отклонять это предложение. Конечно, маг. экз. лучше не затягивать [письмо обрывается].

Быть может по условиям военного времени какие-то лекции в университете Шанявского прочёл сам Чупров. Маресс (Е1928, с. 323) указал, что они были посвящены корреляции, однако Чупров (Чп – Чт 23.4.23, 24/14) упомянул курс по интерполяции. Проведение шестинедельного курса лекций по земской статистике в городском народном университете им. А. Л. Шанявского предложило статистическое отделение Общества им. А. И. Чупрова (§ 6). Оно вошло по этому поводу в правление университета, составило программу курса и наметило лекторов, в том числе Чупрова и Слуцкого. Курсы должны были начаться 1 февраля 1915 г. (*Статистич. Вестник*, № 1 – 2, 1914, с. 224 – 229).

Представляется, что термин *интерполяция* в подобных случаях означал подбор кривой, соединяющей точки наблюдения связи между некоторыми явлениями и по меньшей мере дополняющей корреляционное исследование.

Примерно в то же время Чупров задумал издать русский перевод трактата Юла (1912) и, видимо, просил Слуцкого быть переводчиком, однако этому плану не суждено было сбыться, см. § 3.2.

7.4.4. Научная характеристика. Сохранилась характеристика Слуцкого, написанная Чупровым (без даты, 30/4):

Е. Е. Слуцкий – молодой и многообещающий представитель мало ещё у нас в России распространенного направления математической статистики – обратился ко мне с просьбой дать отзыв о его трудах для приложения к поданному им в учебный отдел прошению об утверждении его ст. препод.

Мне известны три заслуживающие внимания работы Е. Е. Слуцкого: 1) Теория корр. [...] (1912) 2) [Пропуск в тексте.] 3) Сэр Вильям Петти (1914а). Английская статья Слуцкого, посвященная важному специальному вопросу статистической теории, обратила на себя внимание и вызвала в литературе полемику, в которой принял участие К. Пирсон (1916, с. 248 и 250 – 256), глава современной английской математической школы в статистике. Что касается русской книги, то как пособие к изучению некоторых важнейших методов современной статистики [Чупров процитировал подзаголовок книги], она не только должна быть признана очень полезной, но является пока даже единственным руководством на русском языке, которое трактует эти сложные вопросы с полным знанием литературы и вполне верным пониманием дела.

В ней обстоятельно сведен обширный материал преимущественно английских исследований, трудно доступных для большинства русских статистиков как в силу разбросанности их по специальным журналам, так и в силу математического характера изложения, требующего порой значительного углубления в весьма сложные отделы высшей математики. Е. Е. Слуцкий прекрасно переработал то, что мог найти в литературе, кое в чём дал самостоятельное развитие, продвинул разработку вперед и толково и ясно изложил в связном виде для русских читателей всю совокупность предмета. Эта работа свидетельствует о важной для преподавателя способности перерабатывать в стройную систему разрозненный материал специальных научных изысканий и об умении ясно и систематично излагать даже весьма запутанные построения. Я нередко имею случай рекомендовать её тем из своих слушателей, которые обладают некоторой подготовкой по высшей математике и я вижу, насколько она оказывается им полезной.

В своей совокупности обе указанные работы свидетельствуют о том, что в лице Е. Е. Слуцкого русская наука располагает крупной силой, особенно ценной благодаря нечасто у нас встречающейся наличности математической подготовки у лица, работающего в области обществоведения.

Работа о Петти представляет более скромный характер. Это хорошая лекция, составленная на основании внимательного изучения

трудов самого Петти и добросовестного ознакомления с литературой. Хорошая и широкая общая подготовка по экономической теории и по истории экономических учений позволяет [...] автору нарисовать уверенной рукой те историко-догматические перспективы, в которых надлежит рассматривать учение Петти, этого выдающегося экономиста 17-го века [...]. [Далее неясно].

Работу № 2 Чупров не назвал, очевидно не захотев вставлять иностранный текст в черновой вариант характеристики, но, конечно же, он имел в виду статью (1914b). Брошюра (1914a) представляет собой историческое исследование с переводом отрывков из сочинений Петти. Поскольку Чупров косвенно сослался на статью Пирсона (1916), позволительно думать, что характеристику он написал в том же 1916 г., почти одновременно с появлением на свет двух статей Слуцкого (в *Статистич. Вестнике*).

Переписка Чупрова и Слуцкого 1923 – 1925 гг. в первую очередь свидетельствует о том, что эти учёные оставались близкими друг другу. Добавим, что в то время Чупров положительно отозвался о двух статьях Слуцкого (1923; 1925a). Относительно первой он (Чп – Чт 9.3.24, 24/15) сообщил:

Получил недавно от Слуцкого оттиски его статей. Работа [...] (1923) очень мне интересна. По подходу и по результатам вполне совпадает с тем, к чему я пришёл для коэффициента корреляции.

Вторую статью Чупров (Чп – С 9.5 и 3.8.25, 24/15) дважды упомянул в более поздних письмах и во втором случае указал: *Нахожу разбор Ваш превосходным.*

7.4.5. Приложение: отрывок письма без даты, адреса и подписи

Архив РАН. Ф. 173, д. 18, № 5. Безусловно от Слуцкого Маркову 1912 г.

не независимы по своей величине от суммы уже накопившихся отклонений или что вероятности равных отклонений не постоянны, то мы и придём к формуле

$$\frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{x}{F(x)}.$$

В бесчисленном множестве случаев (конечно, не всегда!) F будет разложима в ряд Тейлора и первые несколько, напр. 3 члена будут давать достаточное приближение. Эти оговорки, конечно, следовало сделать.

Насколько часто на деле встречаются эмпирические полигоны распределения, которые с достаточным приближением могут быть интерполированы кривой Пирсона, может показать только опыт. Уже накопилось много материала для того, чтобы на этот вопрос можно было ответить положительно.

Кривая Гаусса не подходит ко многим случаям, ибо в практике часто встречаются асимметричные полигоны. Интерполяция параболическими кривыми

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots$$

не подходит, т. к. эти кривые не дают надлежащей картины по краям фигуры: нельзя добиться того, чтобы они асимптотически прилегли к оси X. Кроме того, они дают много лишних перегибов. Кривые Пирсона – тип, оказавшийся на практике наиболее подходящим.

Т. к. кривая Гаусса в очень большом числе случаев хорошо подходит к изображению статистических фактов – особенно в антропологии [антропометрии], то кажется желательным и для асимметричных кривых Пирсона дать – кроме указания, что их оправдывает практика – ещё и теоретический вывод, ставящий эту кривую [эти кривые] в один ряд с кривой Гаусса на почве теории вероятности [!] (гипергеометрич. ряд).

Вывод сс. 16 – 17 служит лишь для того, чтобы путём гипотезы о действиях бесчисленных причин, полуслучайно комбинирующихся, сделать не таким непонятным эмпирический факт поразительной практической пригодности этих кривых.

2. Метод моментов. Здесь я позволю себе заметить, что ни Пирсон, ни Лахтин (1904) не говорят, что они доказали, будто $\int (y - Y)^2 dx$ методом моментов обращается в min . Они доказывают лишь, что он даёт приближение. Было бы интересно исследовать этот вопрос и точно указать, когда метод моментов применим, когда нет. Лахтин это делает. Но не ошибается ли он?

Мне кажется, что нельзя возражать против приближённых формул *quand même* [всё-таки]. Вы ведь сами признаёте, что в теории вер. могут фигурировать приближённые формулы даже без оценки их погрешностей, ибо того требуют цели прикладной математики (Ваше Исчисл. Вероятностей 2 изд., с. IV). Соглашаетесь Вы и с тем, что приближённые методы должны создаваться м. проч. ради упрощения вычисления (1911, с. 4).

Между тем, метод моментов практически очень удобен, и раз он, как доказано для множества типов функций даёт приближение, то желательно его критически обследовать. Во многих случаях он прямо незаменим, ибо метод наименьших квадратов приводит иногда к слишком невыносимым или даже невыполнимым вычислениям. Если угодно, следующий раз я приведу иллюстрации этому.

3. Теория корреляции. Здесь позволю себе пока

Статья Маркова была опубликована в 1912 г. и с. 4 в ней не было; Слуцкий, видимо, ссылаясь на её оттиск. Уравнение, выписанное в начале письма, Слуцкий вывел в своей книге (1912, § 5). Там же он получил нормальное распределение как предельное для биномиального. Экспоненциальная кривая может служить приближением гипергеометрического ряда, упомянутого Слуцким.

7.5. В. И. Романовский. Математик и статистик Всеволод Иванович Романовский (1879 – 1954) был профессором Среднеазиатского (в Ташкенте) университете и академиком Узбекской академии наук. Его основные работы посвящены математической статистике и теории вероятностей (1964); описание его жизни и трудов см. Боголюбов и Матвиевская (1997). Колмогоров (1948b) высоко оценил труды

Романовского, но для официальных кругов он был сомнителен ввиду своих исследований *в англо-американском направлении*, связей с Фишером и отказа от отрицания Пирсона.

7.5.1. Доклады. Впервые Чупров (Чп – С 14.1, 24/20) упомянул Романовского в 1923 г.:

Рад [...] сведениям о Москве и о московском [Третьем Всероссийском] статистическом съезде. Особенно заинтересовали Вы меня [четырьмя] докладами Романовского (1923b, c, d) на этом съезде. Надо бы установить с ним связь, чтобы не проделывать параллельной работы, а по возможности размежеваться. Пишу об этом Ник. Серг. [Четверикову], а если у Вас установились сношения с Романовским, то может быть и Вы сообщите ему мой адрес и желание моё войти с ним в научный контакт.

Чупров действительно написал об этом Четверикову и притом в тот же самый день (24/14). Вскоре он подробно разобрал доклады Романовского, см. ниже. Сохранились два письма Чупрова Романовскому (11.10.23 и 12.7.25, 27/4). В первом из них мы читаем:

Я очень хотел бы повидаться с Вами, обсудить работы наши, готовые и подготавливаемые. Во многом мы так близко соприкасаемся, что личный контакт был бы несказанно желателен.

Увидеться им, впрочем, так и не пришлось (Чп – Чт 9.3.24, 24/15). Во втором письме Чупров сообщает:

Работу Вашу, которая представляется мне очень интересной и по результатам, и по приёму, я направляю в Метрон; если же по издательскому кризису^{7.15} опубликовать её там не удастся, то попытаюсь устроить её в Скандинависк актуариетидскрифт ...

По существу, Чупров сразу увидел в Романовском (так же, как в своё время в Слуцком, см. § 7.4.1) крупного учёного. Особо интересно его письмо (Чп – Чт 19.3.23, 24/14), в котором он высказал своё мнение о четырех (см. ниже) заметках Романовского:

Большое спасибо Вам за статьи Ром. [которые Четвериков переписал для Чупрова!]. Ром. меня очень заинтересовал. [...] Сообщите, что Вы о нём знаете. [...] Он идёт к той же цели, как я: перевести английскую литературу – в частности, учение о приёмах исследования корр. связи – на язык точной теории вероятностей и очистить её от всякой скверны. И пути наши во многом занято соприкасаются.

Затем следует разбор статей. Чупров рассуждает о стремлении *эмпирической величины* или *эмпирического выражения*, т. е. случайной величины, к *априорному выражению*, т. е. к некоторой постоянной. Под *табелью научных рангов* он ниже подразумевает перечень исследований в убывающем порядке их значимости, а выражение *теорема Бернулли* он применяет неверно, поскольку имеет в виду

теорему Муавра – Лапласа. В начале 1920х годов эта ошибка была ещё обычной, и Пирсон (1924) посвятил статью её исправлению.

Далее, для Чупрова было *очень привлекательно* выражение Романовского *modo Bernoulliano* (1923b), т. е. в смысле Бернулли. Он обозначает это выражение сокращением *м. бе* и даже предлагает применять два других термина, – *м. че* (модо Чебышев) и *м. бо.* (модо Больман, 1913). Все эти термины Чупров применяет без должного пояснения, однако в контексте они понятны. Сам он, кстати, не соглашался с тем, как Романовский употреблял первый из них. Он, Чупров, был бы

Готов употреблять термин м. бе и в том смысле, какой придаёт ему Ром., если б этот смысл был для меня ясен. Но Ром. как будто колеблется [...] и не всегда связывает с ним одно и то же содержание. Иногда м. бе. означает стремится с ростом числа испытаний, иногда стремится с ростом числа серий при конечном числе испытаний, иногда и прямо мат. ожидание равно (последние две интерпретации в сущности тождественны). Последнее словоупотребление я считаю совсем нецелесообразным. Смысл мат. ожидания [...] в том, что соответственное эмпирическое выражение стремится к нему с ростом числа серий, но это [и подразумевается].

Перейдем теперь к основной части письма.

М. бе.: эмпирическая величина стремится с ростом числа испытаний к данному априорному выражению так, как в случае вероятности не очень малой и не очень большой частоты стремится к вероятности в условиях теоремы Бернулли. Именно, 1) мат. ож. частоты при конечном числе испытаний равняется вероятности; 2) среднее квадр. отклонение [частоты] убывает как корень квадратный из числа испытаний; 3) закон распределения [частоты] стремится к гауссову [...]. Отсюда А) при малой вероятности частоты стремится к ней не *м. бе.*, ибо, хотя вероятность и равняется [её] мат. ож. при любом числе испытаний, а [её] кв. ош. убывает как корень квадратный из числа испытаний, но [её предельный] закон распределения не гауссов (пуассонова форма закона малых чисел); Б) при схеме невозвращаемого билета частоты стремится к вер. (даже и не малой) не *м. бе.*, ибо [её] кв. ош. убывает быстрее (при схеме прикладываемого билета кв. ош. убывает медленнее); В) эмпирический коэф. корр. стремится к априорному не *м. бе.*, ибо при конечном числе испытаний мат. ож. эмпирического выражения не равно априорному к. корр.

М. че.: я имею в виду неравенства вида чебышевского. Смысл: [случайная величина] стремится так, что вероятность превышения расхождением [разностью вида $|\xi - E\xi|$] данного предела [данного числа ε] может быть сделана сколь угодно близкой к единице как бы мал ни был этот предел.

М. бо.: [При некоторых условиях $Ef(x) \rightarrow f(Ex)$ с ростом числа испытаний]. Право на замену *м. бо.* частоты вероятностями, ибо частота есть функция случайного числа появления события.

[...] *М. бе. равносильно предельно полному познанию. [...] М. бо. соблазнительна чрезвычайной простотой [...], но опасно в силу того, что [...] статистики [...] не дают себе отчёта в тех условиях, при которых [оно осуществляется]. М. че. в этом смысле выше [...]; по сравнительной скудости содержания м. че. и м. бо. стоят на одной доске. [...] Выжать из неравенств [Чебышева] больше, как пытается неоднократно Ром., никак нельзя.*

И Чупров продолжает: вывод Романовского (1923b, с. 28) о том, что чем ближе r к ± 1 , тем более вероятность неравенств [...], совершенно незаконен, как незаконно заключать из неравенств $4 > 3$ и $5 > 2$, что $4 > 5$. Впрочем, положение Ром. весьма правдоподобно, но доказывать его, исходя из неравенства 2 невозможно. См. также Романовский (1923b, с. 26) и Чупров (В1925с, с. 174).

Далее Чупров описывает порядок исследования перехода $\xi \rightarrow a$:

Табель научных рангов [...] следующая [...]: предварительная рекогносцировка [случайной величины] м. че. или м. бо.; математическое ожидание изучаемого эмпирического выражения при конечном числе испытаний; [его] квадратическая ошибка при конечном числе испытаний и высшие моменты. Венец: [его] закон распределения при конечном числе испытаний. Куда [...] вдвинуть предел, к которому стремится закон распределения с ростом числа испытаний, остается в некоторой степени произвольным. Я склонен [относить этот пункт к предварительной рекогносцировке.] Но с точки зрения чистого математика ранг этой задачи несомненно выше.

Чупров продолжил свой обзор в следующем письме (Чп – Чт 20.3.23, 24/14), ограничившись в основном разбором первой заметки Романовского (1923b). Он уточнил формулировку теоремы 2, отметил, что теореме 3 следовало бы доказывать в более общем виде и не согласился с некоторыми положениями автора. Он также заявил, что доклад *Дисперсия и устойчивость статистических рядов* наименее интересен из всех. Впрочем, этот доклад Романовского был лишь упомянут в печати (*Вестник Статистики*, № 9 – 12, 1922, с. 16 второй пагинации), но не опубликован. И вот заключение:

В своей совокупности эти четыре мемуара представляют несомненно крупное Leistung [достижение]. А если принять во внимание, что до всего этого Ром. доработался в Ташкенте, в одиночку [...] и вероятно даже почти без контакта с литературой, то впечатление и вовсе импонирующее. Объективное научное значение результатов [...] сильно подорвано моими работами, давшими многое в более общем виде и в более разработанных формах. [...] Грустно [...] и за Ром. [...] и с более общей точки зрения растраты сил [...] буду [...] посылать Вам свои отписки в двух экземплярах: один для Вас, другой для Ром. [...]

Четвериков (1922) охарактеризовал методы работы английской и континентальной школ статистики и отличия между ними и указал, что стало необходимо синтезировать положительные особенности обеих

школ (с. 43). Имея в виду Чупрова, он добавил (с. 44), что *эта работа уже более 10 лет тому назад была начата в Петербурге, а ныне продолжается в Дрездене*. Наконец, он перешел к Романовскому:

В далёком Ташкенте, оторванном от научной жизни Запада, рождаются сходные идеи, ставятся аналогичные цели, используются те же методы. Вот почему доклады В. И. Романовского, несмотря на крайне отвлечённый характер изложения, в действительности имеют злободневное, глубоко жизненное значение для статистики. То, что они дают, стоит на очереди дня в развитии нашей науки; такие исследования подобны электрическому току, который одновременно движет станки и даёт свет для работы.

7.5.2. Позднейшие произведения. Естественно, что Чупров начал следить за сочинениями Романовского, признавал их полезными, хотя и замечал их недостатки (Чп – Чт 30.3 и 24.12.24, 24/15):

Живо представляю себе, чего Вам с Ястр. [Ястремским] стоила подготовка курса Романовского (1924 б) [...]. Выверять Романовского надо со вниманием. Проскакивают у него довольно крупные огрехи. Например: в докладе о корр. отношении (1923с), а также в курсе о корреляции (1923а, с. 137), который он мне прислал, утверждается, что равенство корр. отношения нулю свидетельствует о независимости, тогда как дело идёт о некоррелированности (в смысле первоначального определения Пирсона: неизменность условного математического ожидания). С этим связано, между прочим, и то существенное свойство корр. отношений, что одно из них может равняться нулю без того, чтобы обращалось в нуль другое.

Романовский (1924б, с. IV) выразил *глубочайшую благодарность* Б. С. Ястремскому и Н. С. Четверикову за чтение корректуры и за *ценные указания на некоторые недочёты*. Чупров продолжал:

Курс [1924б] очень полезное и интересное руководство, но, по-видимому, не без слабых мест. В том, что я пока пробежал, наиболее крупный дефект: в основу [с. 261] полагается представление о некоррелированности (в моей терминологии), а не стохастической независимости. [...] Курьёзно, что при этом в теории вероятностей дается более общее понятие независимости [с. 163]. Вторая часть статьи Ром. [...] (1924а) интересна, но не вполне удачна [методологически].

7.5.3. Переписка Романовского с К. Пирсоном и Р. А. Фишером. Мы (2008с) опубликовали 7 писем Романовского Пирсону (1924 – 1925) и 20 писем из его переписки с Фишером (1929 – 1938). Еще раньше Bennet (1978) опубликовал два чисто математических письма Романовского 1931 г. Фишеру, которые мы не перепечатали.

Письма Пирсону были связаны с рукописями Романовского, представленными в *Биометрику*, пять из которых появилось там; одну отклонили *ввиду нынешней стоимости печатания* (Шейнин 2008с, с. 371, прим. 14).

В 1929 г. Романовский посетил Фишера. В том же году он написал письмо Фишеру из Парижа (на плохом английском языке, как и все свои письма), с просьбой по возможности исхлопотать для тамошнего русского эмигранта стипендию Рокфеллера и добавил:

Пожалуйста не упоминайте меня [в письмах в Ташкент] ибо ГПУ (самая страшная и мощная организация в нынешней России) может засадить меня в тюрьму. С их точки зрения [помощь эмигранту] это преступление, и очень тяжёлое.

[Please do not remember at all my name for it can end with my imprisonment by GPU (the most dreadful and mightful organization in the present Russia). It is a crime, and a very heavy one, from its point of view.]

Романовский продолжал переписываться с Фишером и не присоединился к атакам на Пирсона и в 1948 г. ему пришлось каяться в прошлых идеологических ошибках. Уже в 1927 г., в примечании (с. 224) к статье Романовского, редакция *Вестника Статистики* лягнула Фишера и заявила, что не разделяет ни его основных положений, ни отношения Романовского к этому классику.

А. С. Чеботарёв, профессор Московского геодезического института и Заслуженный деятель науки и техники РСФСР (потому включённый в БСЭ, см. т. 29 3-го издания), воспользовался гонениями на Романовского и обвинил его в серьёзных идеологических прегрешениях. Одно из его обвинений было особо примечательным по своей идиотской нелепости. Романовский, писал Чеботарев, указывал, что, видите ли, математические законы *описывают* явления, хотя Маркс учил нас, что мир должен быть *изменён*, а не описан... Защита Романовского (1953) оказалась безуспешной: Чеботарёв, этот Заслуженный мастодонт, ответил ему на *предыдущих* страницах того же выпуска тех же *Трудов*.

7.6. К. Пирсон. Карл Пирсон (1857 – 1936) был прикладным математиком, биологом, философом естествознания и сооснователем биометрии. Он внёс значительный вклад в математическую статистику, см. Шейнин (2010). Библиографию работ Пирсона см. Morant et al (1939) и Merrington et al (1983). Многие ранние работы Пирсона перепечатаны в его книге (1948).

В 1919 г. в *Биометрике* появилась редакционная статья с характерным названием Повинились!, в которой редактор (Пирсон 1919а) исправил допущенные им раннее ошибки, обнаруженные Чупровым. Вот что сообщил Чупров (Чп – Чт 26.5.21, 24/12):

Переглядывая в связи со своими работами исследования Пирсона и его учеников, набрёл я на изрядное количество ошибок, отчасти простых зевков, отчасти же довольно крупных методологических огрехов по части приближённых вычислений. По мере того, как я нападал на них, я писал Пирсону. Результат получился неожиданно эффектный: [...] Пирсон поместил большую редакционную статью, [...], где с выражением мне признательности производится систематическое исправление погрешностей. Очень я был удовлетворён тем, что избранная мной тактика, – частное

осведомление письмом вместо публичного осмеяния в печати, – дала такой плод!

Об этом же Чупров (Чп – С 14.1.23, 24/20) писал и Слуцкому, добавив:

В числе статей Пирсона, в которых я нашёл ошибки, [была] и та, где он полемизирует с Вами, – тут как раз особенно жестоко наврано, ср. § 7.4.4.

В жизни Чупрова был и аналогичный случай. Оказывается (Чп – Чт 3.1.25, 24/16), он написал письмо в журнал *Archiv für die gesamte Psychologie* как отзыв на Чубера в т. 44 (Czuber 1923), однако попросил не публиковать его, а передать автору. Чупров, очевидно, надеялся, что Чубер напишет исправление к своей статье, но этого не произошло: Чубер умер в том же 1925 г., а в тт. 44 – 50 указанного журнала нет ни его дополнительной заметки, ни отзыва Чупрова.

Второй эпизод, касающийся Пирсона, был вызван вычислительной ошибкой Чупрова. Её выявили Пирсон или кто-то ещё (Чп – Чт 3.1.25, 24/16): в статье (1918 – 1919, 1921), в формуле (25) коэффициенты в члене порядка $1/N^6$ должны быть – 88, 1050, 7360 и – 1395 вместо – 92, 1110, 1400 и – 1515. Иссерлис сообщил об этом Чупрову, чем и прогневал Пирсона (Чп – Иссерлис 22.12.24, 27/3). Это со стороны Пирсона *не совсем корректно*, заметил Чупров, и добавил в скобках:

К слову сказать, и те ошибки при вычислении вероятной погрешности в коэффициенте контингенции, исправляя которые в Биометрике, т. 12, с. 259, он на меня не ссылается, указаны ему мной в письме от 21 июля 1916 г.

В другом письме Иссерлису без даты (27/3) Чупров просил *поблагодарить майора Гринвуда* [в данном случае Мейджор – имя собственное] за его милые строчки о том, что Пирсон [?] собирается опубликовать заметку об указанной ошибке. И Чупров продолжал:

Очевидно, он [Пирсон] болезненно воспринимает те оговорки относительно формы его исследований, которыми я сопровождаю признание, – казалось бы, достаточно полное, – научной ценности их результатов. Между тем, я являюсь одним из наиболее ревностных его апостолов среди теоретиков статистики на континенте. Пирсон, видимо, не отдаёт себе отчёта в том, в какой мере математические формы его изысканий затрудняют надлежащую оценку его трудов для учёных, не прошедших через английскую школу.

Континентальные математики относятся к Пирсону настолько свысока из-за его недостаточно строгих на их масштабы подходах к математическим проблемам, что не дают себе даже труда разбираться в его работах. Сколько мне довелось ломать из-за Пирсона копий, доказывая крупное научное значение его oeuvre виднейшим представителям континентальной работы в смежных областях! Вот что писал мне, например, Больман [дата его письма не указана] по поводу статьи моей [...] (1918 – 1919):

В конце Вашей статьи [...] меня озадачило Ваше заступничество за Пирсона, поскольку очень многое в его подходах мне не представлялось серьезным. [...] Тем лучше было бы всё-таки подвести под часть его работ научно-оправданное основание. Я рад изучить мотивы, которые приводят Вас к Вашей точке зрения.

[Am Schluß Ihrer jetzigen Abhandlung hat mich Ihr Eintreten für Pearson sehr verblüfft; denn es ist so vieles in seinen Ansätzen, was mir bisher überhaupt nicht Ernst erschienen ist. [...] Um so schöner wäre es, wenn ein Teil seiner Arbeiten doch auf eine wissenschaftlich zu rechtfertigende Basis gebracht werden könnte. Ich freue mich daher sehr darauf, die Begründung zu studieren, die Sie zu Ihrem Standpunkt geführt hat.]

Далее в своём письме Чупров упомянул Маркова (см. также Ондар Е1977, с. 153 и 157):

Марков относился к Пирсону можно сказать с презрением. Характерец был у Маркова не легче, чем у Пирсона и малейших противоречий он также не переносил. Можете себе представить, как он воспринимал мои настойчивые указания на крупное научное значение трудов Пирсона^{7.16}. Усилия мои, направленные в эту сторону, остались, как доказывает четвертое издание Исчисления вероятностей, безрезультатными. Кое-что [пирсоновское] оказалось в конце концов включённым в поле научных интересов Маркова.

Возможно, что Чупров имел в виду появление элементов теории корреляции у Маркова (1900/1924, с. 403 и сл.). Он мог бы также указать на исследование закона распределения коэффициента дисперсии, см. Ондар (Е1977, Письмо 94 1917 г.) и Марков (1917). О [былом] *отвращении* Маркова к математическим рассуждениям Пирсона Чупров сообщил и в другом месте (1926/1960, с. 226). И Чупров заключил своё письмо так:

*Таким образом, по совести не могу признать себя по отношению к Пирсону повинным ни в *lèse Mageste* [оскорблении величества], ни в иных каких-либо преступлениях, а напротив, считаю, что у меня много заслуг перед ним и раздражение его против меня столько же удивляет меня, сколько огорчает. Но ничего тут не поделаешь. Приходится брать людей такими, какими сделали их *nature and nurture* [природа и воспитание], употребляя оба понятия в самом широком смысле.*

И вот слова из раннего Чупрова (1909/1959, с. 9):

В лице Карла Пирсона выступает на сцену деятель, сочетающий высокую математическую одарённость с тонким вкусом к кропотливому статистико-эмпирическому исследованию.

Он (с. 26), правда, никак не комментировал заведомо ошибочное мнение *английских почитателей* Пирсона, обоснованное им ссылкой

на Эджуорта, о том, что тот занимает место в истории теории вероятностей *непосредственно вслед за Пуассоном*.

7.7. Н. С. Четвериков.

7.7.1. Ранние годы. Статистик Николай Сергеевич Четвериков (1885 – 1973) был учеником Чупрова. Карпенко (1975) описал его жизнь и деятельность, а его труды см. в сборниках (1963; 1975). Он занимал ответственную должность в Конъюнктурном институте и серьёзно пострадал после его ликвидации и даже через много лет после этого (Комлев и Манелля 1990; Манелля 1998). Вот письмо М. В. Птухи 19.2.27 Борткевичу (Борткевич и Чупров 2005, Прим. 178.2): *В Москве ликвидируются остатки поповщины и земской статистики, а 22.5.27 он добавил, видимо имея в виду разгром Конъюнктурного института, что Слуцкому и Четверикову живётся далеко не сладко. П. И. Попов был начальником ЦСУ.*

И вот письмо самого Четверикова 25.9.26 Борткевичу (там же): *В Вестнике Статистики руководящее положение заняла Смит. Выводы отсюда ясны. Мы (2001/2006) упомянули некоторые деяния этой троглодитки, а теперь добавим, что у неё появились и личные причины ненавидеть Чупрова. 27.9.22 Чупров сообщил Борткевичу, что не стал посылать ей каких-то своих отгисков (которые она, видимо, просила), поскольку смутно сообразил, что она едва ли входит там в круг тех, связью с кем я дорожу.*

Сохранилась биография Четверикова, составленная им самим и доведенная до 1915 г. (24/9). Вот некоторые факты из неё. Он родился в Богородском уезде Московской губернии. В 1903 г. закончил реальное училище в Москве и тогда же поступил в Имп. Московское техническое училище. В 1906 г. *более благоприятно сложившиеся обстоятельства личной жизни* позволили Четверикову поступить в ППИ, однако дважды (в 1907/1908 и 1910/1911 гг.) он подолгу болел. Карпенко (1975, с. 8) указывает, однако, что в 1907 г. Четвериков полгода отсидел в тюрьме за распространение прокламаций. Далее мы цитируем:

В течение пребывания в институте мной были поданы работы на следующие темы: 1) Реферат [...] Торговое и культурное объединение древнего мира. 2) Работа [...] Медная промышленность в России. 3) Работа [...] О методе Index Numbers как способе изучения изменений ценности денег.

С первого же года [...] в центре моей работы окончательно и бесповоротно стали занятия по вопросам статистической методологии. Под влиянием лекций Александра Александровича Чупрова, занятий в семинаре его, а также прочитанных по его указанию книг, [...] и прежде всего книги Cournot (1843), я поставил своей первой задачей ознакомление с элементами высшей математики (в чём мне оказали помощь знания, приобретённые в [...] Техническом училище), в частности теории вероятности [!], а затем логики и теории познания. Вскоре выяснилась необходимость в знакомстве с английским языком, к изучению которого я тотчас же и приступил. [...] С тех пор особое внимание было мной уделено работам английских статистиков Fr. Galton и K. Pearson. За время моего

пребывания в институте я участвовал в следующих работах по статистике:

1) Дважды участвовал в производстве примерного выборочного исследования. 2) Произвел исследование об устойчивости относительного числа незаконнорожденных во Франции (по отдельным департаментам). 3) Занимался методологическими вопросами в связи с исследованием влияния урожая на потребление алкоголя в России. 4) Работал над темой о смертности человеческих зародышей до появления их на свет (в связи с [изучением] процента мальчиков среди рождающихся и колебаниями его).

[В 1910 г.] я принимал участие в обследовании хозяйства киргизов и крестьян-переселенцев в Семиреченской области. [...] В 1913 г. я окончил [...] институт с правом на звание Кандидата экономических наук. В течение ближайшей зимы я готовился к экзамену по латинскому языку, который и сдал при гимназии Цесаревича Алексея в Петрограде. [В 1915 г.] моя работа о методе индексных чисел была напечатана. [...] Война заставила меня временно отказаться от учебной и научной деятельности; с первой же недели объявления войны пришлось отдать всё время и все силы делу помощи раненым и беженцам. [...]

Составление этого документа объясняется письмом Чупрова (Чп – Чт 18.10.15, 24/9): *Для представления нужна Ваша биография. На обороте письма почерком Четверикова, без даты и подписи, сделана запись: Н. С. Четвериков был оставлен при Политехническом институте, но дело заглохло из-за войны.*

Работу (1915) Четвериков представил в качестве диссертации. Чупров в своём отзыве (24/9) высоко оценил её, а 29.10.15 (там же) сообщил автору: *Со вчерашнего дня Вы кандидат.* Студенческие работы Четверикова относятся к 1909 – 1911 гг.; его исследования (24/6) были ещё пробой пера, но бросается в глаза добросовестность их исполнения. В 1909 г. он (24/6) вычислил относительное количество незаконнорождённых во Франции в 1888 – 1904 гг. (см. пункт 2 его биографии), а в 1911 г. он обследовал хозяйства крестьян-переселенцев (там же, пункт 1).

В 1916 г. Четвериков занимался математико-статистическими вычислениями (см. Прим. 3 к Письму № 65а Чупрова Маркову в нашем § 8.1), а затем (1916 – 1917) *после окончания учебной команды* (Чт – Чп 17.10.16, 24/10) оказался на фронте. Сохранилось несколько его фронтовых писем Чупрову, написанных хорошим слогом (24/10 – 24/11).

7.7.2. Годы эмиграции Чупрова. В 1920-е годы Чупров (Чп – Чт 26.5.21, 24/12; 19.7.22, 24/13; 22.11.25, 24/16) неоднократно называл Четверикова *близким человеком*. Во втором случае он написал: *даже из учеников моих никто для меня не замена Вам [...]*, а в третьем, в связи с редакционным участием Четверикова в русском издании его книги (1925d), указал: *прошу править [обзор литературы] не стесняясь. [...]* *У нас с Вами такое согласие душ, что я с закрытыми глазами подпишу всякое Ваше изменение.*

В издательском примечании на с. 160 этой книги издания 1960 г. сказано, что Чупров не переработал обзор литературы и что Четвериков перевёл его (с немецкого) и дополнил, сопроводив дополнения своими инициалами. На с. 6 этой книги мы читаем:

Глубокой признательностью обязан я Н. С. Четверикову, без дружеской помощи и неустанных забот которого русское издание моей книги не могло бы увидеть свет.

В последние годы жизни Чупрова именно Четвериков в основном обеспечивал ему научные связи с Россией (СССР) и это наглядно видно из их переписки 1921 – 1925 гг. Он по крайней мере частично переписал (!) и прислал ему статьи Романовского (§ 7.5.1) и выписки из сочинения другого автора (§ 7.1.3). Чупров (Чп – Чт 17.5 и 26.5.22, 24/13) живо интересовался исследованиями Четверикова. Настойчиво стараясь привлечь его к совместной работе о движении населения России, он обещал своему ученику, что будет регулярно оплачивать его труд не дожидаясь получения гонорара от заказчика (19.7.22, 24/13). Он также брался перевести на немецкий язык рукопись Четверикова, если тот пришлёт для публикации какое-либо статистическое исследование (этого, видимо, не произошло). Наконец, Чупров (16.8.22, 24/13) принял близко к сердцу какие-то трения, возникшие у Четверикова, с 1919 г. руководителя секции методологии ЦСУ (Карпенко 1975, с. 9), с руководством Управления:

Связь Ваша [с ЦСУ] ценна и для Вас, и [...] объективно ценна для русской статистики [не только непосредственной работой, но] и тем, я бы сказал, научно-моральным воздействием, какое от Вас исходит.

Через полтора года, 30.3.24, 24/15, он снова пишет: *Что стало Вам невмочь, [...] я очень понимаю. Но всё же очень жалею, что ЦСУ Вас потеряло.* Напомним, что Чупров получил быть может последнее приглашение вернуться через Четверикова (§ 5.1) и что Четвериков многое сделал, чтобы привести в порядок архив Чупрова (§ 1).

Теория познания, которую Четвериков изучал в ППИ (§ 7.7.1), исследует отношение знания к реальности и условия истинности знания и поэтому имеет отношение к оценке статистических выводов. Систематический предметный указатель к *Вопросам статистики* Чупрова (1960) содержит разделы, названные *Теория познания и статистика* и *Метод индукции и метод статистический* и можно смело предположить, что этот указатель составил Четвериков.

Мы полностью разделяем высокое мнение Чупрова (да и многих комментаторов) о Четверикове, но обязаны добавить щепотку соли. Во-первых, он (1957, с. 327) ошибочно заявил, что $\sqrt{4} = \pm 2$; для профессионального математика это было бы чудовищно. Во-вторых, в 1970 г. Четвериков перевёл книгу Cournot (1843) и тем самым сделал очень полезное дело, но допустил при этом несколько ошибок (Шейнин 1971). Так (с. 71), мы видим *восстановить перпендикуляр* и, что просто недопустимо, офранцузенную фамилию немецкого астронома Ольберса; он назван *Олбером*.

7.8. О. Н. Андерсон. Оскар Николаевич Андерсон (1887 – 1960) был учеником Чупрова. После эмиграции в 1920 г. он преподавал в Болгарии, стал там директором Статистического института экономических исследований и членом Высшего статистического совета. Переехав в (Западную) Германию, он преподавал в Киле, затем в Мюнхене и его студенты стали известны как члены Мюнхенской статистической школы.

Андерсон также поддерживал тесные международные связи, см. Андерсон (1946). Он был членом-учредителем Эконометрического общества, членом Королевского экономического общества, экспертом Лиги Наций. В его *Избранные труды* (1963, т. 1, с. XIII – XIX) включена его биография, составленная редакторами этого издания и вполне достаточная для первого ознакомления с ним.

Андерсон стал последним представителем Континентального направления статистики, и понятно, что он непрестанно предостерегал статистиков от *кавалерийских атак*, напоминал им о необходимости остерегаться систематических ошибок и о применении негауссовых распределений при исследованиях явлений в социальных науках. Короче, он вполне разделял мнение своего учителя (1922f/1960, с. 416) о том, что *Математиков, играющих в статистику, могут победить лишь статистики, вооружённые математикой*, см. также Н. Strecker (1960) и Н. & R. Strecker (2001). Андерсон (1959) принял близко к сердцу советскую кампанию против *вредительства* в статистике, см. Шейнин (1998, русский перевод 2001/2006).

7.8.1. Ранние годы. В архиве Чупровых (30/5) хранится анонимная биография Андерсона, доведенная до 1912 г. Первая её часть известна (Fels 1978), вторую же мы здесь воспроизводим:

По окончании [ППИ] в текущем году [в 1912 г.] получил звание кандидата экономических наук за диссертацию на тему Коэффициент корреляции и его применение к секулярным рядам. В университете интересовался преимущественно теоретической физикой и анализом бескон. малых. В институте занимался главным образом в области теоретической статистики, экономической географии и прикладной экономии. Педагогическим комитетом 8-классн. Коммерч. училища в Лесном [Петербург] единогласно избран 1 сент. текущ. года преподавателем специальных предметов в названном училище (полит. экон., комм. география и законовед.).

В Лесном Андерсон работал до 1917 г. Биографию он, видимо, написал сам и притом для того, чтобы Чупрову было легче составить следующую характеристику (без даты, 30/5):

О. Н. Андерсон с первых же лет своего пребывания [в ППИ] обнаружил специальный интерес к статистике. В руководимых мной необязательных занятиях по этому предмету он неизменно принимал самое деятельное участие, а в последнее время даже существенно облегчал мне их организацию и ведение тем, что принял на себя непосредственный присмотр за правильным выполнением всех подготовительных работ. В декабре 1910 г. О. Н. Андерсон был привлечён Л. Н. Марессом и мной к участию в переписи населения

города С. Петербурга и показал себя и на этом деле отличным работником.

Кандидатская диссертация г. Андерсона представляет в своей второй части интересное самостоятельное исследование любопытной теоретической проблемы и свидетельствует об основательном знакомстве автора с новейшей литературой математической статистики. Добавлю, что О. Н. Андерсон владеет французским, немецким и английским языками и располагает запасом знаний по высшей математике, столь необходимых в настоящее время для успешной работы в области статистической теории.

Вторая часть диссертации, которую упомянул Чупров, видимо и послужила основой для его последующей статьи (1914).

7.8.2. Эмиграция. В 1917 г. Андерсон переехал в Киев. Там он стал заместителем директора Института демографии (в котором работал и Слуцкий) и преподавал математическую статистику в Коммерческом институте, а в 1919 г. опубликовал книгу о внешней торговле Украины (Елисеева 1998, с. 14).

В 1920 г. Андерсон покинул Россию. Первые годы в эмиграции ему пришлось очень нелегко, что весьма беспокоило Чупрова (Чп – Чт 26.5.21, 24/12): *Оск. Ник. в Будапеште с семьей без дела, проживает последние крохи не имея пока ничего определённого в перспективе.* Прошло несколько лет, однако положение Андерсона оставалось тяжелым (Чп – Чт 30.3.24, 24/15): *он задавлен заработком и на научную работу мало может уделять сил.* Но вот счастливый конец (Чп – Чт 18.11.24, 24/16): *Удалось, наконец, устроить [его] в Высшей коммерческой школе [в Варне, Болгария].*

Видимо в 1922 г. Андерсон прислал Чупрову рукопись для журнала Королевского статистического общества, см. письмо Чп – Чт 11.11.22, 24/13: *Я провозился около его выкладок добрых две недели.* Чупров сообщил свои замечания Андерсону, после чего тот *пришёл в полное уныние [...].* Представляется, однако, что именно эта рукопись вскоре вышла в свет (1923). Андерсон (с. 134) назвал её извлечением из большей неопубликованной работы на русском языке.

7.9. Я. Д. Мордух. Он был студентом Чупрова (Чп – Чт 26.5.21, 24/12). Чупров (1922g/1960, с. 255, прим. 1) и Seneta (E1987, с. 246 и 253 – 255) высоко оценил его статью (1923). Мордух видимо окончил ППИ, затем, 20 янв. 1919, окончил Упсальский университет (очевидно, его философский факультет) и 14 сент. 1921 г. стал бакалавром искусств. Чупров (1923b, с. 15), впрочем, называл его кандидатом философии. В 2000 г. сотрудник Упсальского университета Андерс Моландер сообщил нам архивную информацию о Мордухе и, в частности, что Яков Мордух родился 4 июля 1895 г.

Далее, мы опубликовали 11 писем Мордуха Чупрову 1920 – 1924 гг. (Чупров 2009a, с. 203 – 236). В Письме № 4 Мордух упомянул свою сестру Эсфирь Давидовну, так что его собственное отчество было *Давидович*. Известно также, что он родился в Петербурге и умер в 1950 г. в Англии, что он был женат и имел брата и сестёр, см. www.amitys.com/phpGedview/individual.php?

О жизни Мордуха после смерти Чупрова ничего сказать нельзя, а его письма трудно исследовать, частично потому, что ответных писем

Чупрова нет, но по меньшей мере можно утверждать, что он был сильным математиком. В ППИ он учился математике у В. И. Хотимского (Чп – Чт 26.5.21 и 19.3.23, 24/14). Несомненно имея в виду статью Мордуха (1923), Чупров (Чп – Чт 11.11.22, 24/13) сообщил:

Очень много провозился я и над работой Мордуха (экономист наш, окончивший в прошлом году [не совсем так, см. выше] упсальский университет и перебравшийся в Дрезден, чтобы позаниматься у меня). [...] Мордух совсем ушёл в чистую математику. [...]

Последнее не удивительно: назвав самого себя, Слуцкого, Четверикова, Андерсона и Романовского, Чупров (Чп – С 28.6.23, 24/20) заявил, что *Мордух сильнее всех нас (кроме быть может Романовского) как чистый математик.*

В Дрездене Чупров (Чп – Иссерлис 2.12.24, 27/3) работал *в полном одиночестве (кроме той сравнительно недолгой поры, когда был около Мордух. [...]) Очень мне приятно, что Вы познакомились с Мордухом и что он произвёл на Вас доброе впечатление. Он очень хороший человек и с очень крупными способностями. [...] И всё не удаётся ему твёрдо стать на свою линию. Я к нему очень привязан и много приложил старания к тому, чтобы помочь ему стать твёрдо на ноги.*

Мордуху действительно не удавалось (а может быть и не удалось) заниматься наукой: в одном из предыдущих писем Иссерлису Чупров (10.10.24, 27/3) просил его выправить английский текст посылаемой рукописи и переслать её для публикации в какой-либо английский журнал. Переписать текст после правки, добавил Чупров, сможет Мордух и указал его служебный адрес – адрес лондонской коммерческой фирмы...

7.10. А. А. Марков. Андрей Андреевич Марков (1856 – 1922) был выдающимся математиком, работал в основном в теории чисел и теории вероятностей. В последней он был основателем нового направления, – изучения зависимых случайных величин и *цепей Маркова*. В конце жизни он отстал от современных достижений в статистике и даже теории вероятностей, что объяснялось исключительно тяжелыми условиями жизни в тогдашней России, его ослабевающим здоровьем, но также и его чрезмерно формальным отношением к строгости исследований (Шейнин 2006/2009с). Его *Избранные труды* были опубликованы в 1951 г., а его биографию см. Марков младший (1951) и Гродзенский (1987).

К 1896 г., т. е. ко времени, когда Чупров написал свою кандидатскую диссертацию, Марков опубликовал по теории вероятностей только курс своих лекций (четыре литографированных изданий начиная примерно с 1883 г.). Возможно, что Чупров уже тогда видел этот курс, о котором, кстати, упоминал Борткевич (Б – Чп 3/15.11.96). Повторим, однако (§ 3.3), что Чупров, видимо, учился в основном по руководству Некрасова (1887/1888). Далее, в 1897 г. Борткевич сообщил Чупрову о своём разговоре с Марковым о ЗМЧ (§ 7.3.2-4), но всё же вплоть до 1910 г. Чупров, кажется, не заинтересовался работами последнего.

В том году Марков (Ондар Е1977, Письмо № 3) заметил, что в своих *Очерках* (1909) Чупров *совершенно забыл* Ляпунова и его, Маркова,

Чупров же (Письмо № 4) неубедительно ответил, что писал эту книгу за границей (в каникулярное время?) и русских источников *систематически [...] не прорабатывал*. Далее, в Письме № 43 1910 г. Марков в присущей ему резкой форме заявил, что Чупров не только забыл про труды Петербургской академии наук и Казанского общества (в 1906 г. Марков опубликовал статью в трудах физико-математического общества при Казанском университете), но и не заметил статьи Маркова (1907), опубликованную во французском варианте в 1910 г.

Чупров (Письмо № 43а, см. наш § 8.1) смог только выразить сожаление по поводу своей оплошности. Впрочем, заметить абстрактные математические сочинения, появившиеся притом в изданиях, далёких от статистических приложений, было нелегко. Кстати, на статью (1906) Чупров к тому времени уже сослался в Письме № 10, а в своём последующем сочинении (1918 – 1919) он упомянул не менее пяти работ Маркова. Нас больше всего интересует переписка Маркова и Чупрова (§ 8); о Маркове см. также §§ 7.3.2, 7.4.1 и 14.3 – 14.5.

Переписка оказалась благотворной для них обоих, см. Ондар (E1974). Этот источник теперь труднодоступен для нас, но сам Ондар (E1977, с. 137 – 160) вновь обсуждал этот вопрос и заметил, что под влиянием Чупрова Марков несколько смягчил своё отношение к Пирсону и внёс вклад в теорию устойчивости статистических рядов, и что для Чупрова эта переписка оказалась мощным импульсом в сторону математической статистики. Добавим, что Чупров также консультировался с Марковым (Письмо 99а в нашем § 8.1), а Марков оказывался в курсе событий в статистике, что отвечало его запросам. Наконец, без Чупрова юбилей ЗБЧ (§ 10.5.1) наверняка оказался бы недостаточно интересным.

Ондар также заметил, что ни Марков, ни Чупров не делали отличия между ЗБЧ и центральной предельной теоремой и сослался на Фишера, который заявил, что метод хи-квадрат и лексисов коэффициент дисперсии легко сравнимы.

Импульс, полученный Чупровым, был действительно *мощным* (Anderson E1926/1963, p. 30): *в конце жизни теория вероятностей и математика в целом сильнейшим образом привлекала его* [gegen Ende zog ihn am stärksten die Wahrscheinlichkeitstheorie und überhaupt die Mathematik an.]

8. Переписка с А. А. Марковым

Основная часть её сохранившихся писем опубликована (Ондар Е1977), однако в фонде Чупровых нам удалось обнаружить дополнительные материалы, в основном – 12 писем Чупрова, безусловно полученных Марковым. Сохраняя прежнюю нумерацию писем, мы присвоили новонайденным материалам соответствующие номера с дополнительными буквами. Так, письмо, которому мы присвоили номер 43а, хронологически находится между письмами №№ 43 и 44. Особое место в нашей нумерации занимает уже опубликованное письмо № 88b, для которого Ондар (Е1977, с. 134) указал ошибочную дату и, соответственно, придал неверный № 105.

8.1. Новые материалы

Записка без даты и подписи, 10/11

Слово мы не покрывается понятием я, а может включать в себя и Высший разум и самого Бога, если они существуют. Это есть только удобный способ выражения.

Примечания. 1. Мы сравнили только что приведенный текст с оригиналами писем Маркова Чупрову и уверенно утверждаем, что эту записку написал Марков. Один только необычно большой интервал между строками является серьезным доводом в пользу нашего мнения; о своём плохом зрении Марков сообщил в Письме № 105 1917 г. Кроме того, по своему начертанию ни одна буква здесь не отличается от той же буквы в других письмах Маркова.

2. Атеизм Маркова и его попытка добиться отлучения от православной церкви хорошо известны (Марков младший 1951, с. 608 – 609; Емелях 1954), но одну деталь следует уточнить. Марков написал соответствующее прошение в Св. Синод в 1912 г., сославшись на отлучение Толстого (1901 г.). Толстой умер в 1910 г. и в последние несколько дней его жизни Синод обсуждал, не следует ли вновь принять его *в лоно церкви*. Не без прений Синод решил, что Толстой *остаётся [...] отлучённым* (газ. Речь 8 ноября 1910 г., анонимная статья *Св. Синод и Л. Н. Толстой* на с. 3). Можно предположить, что в 1912 г. этот эпизод ещё хорошо помнили.

3. Поводом для записки Маркова мог послужить юбилейный доклад Чупрова (1914) о ЗБЧ, см. его замечание об одном изречении Лапласа в § 10.5.1.

4. Вот высказывание Маркова (1900/1924, с. 1 прим.; оно же было в издании 1908 г., возможно и в 1900 г.):

Слово мы общеупотребительно в математике и не сообщает исчислению вероятностей никакой особой субъективности.

Письмо За. Марков – Чупров, 23/1

Открытка без даты, почтовый штемпель 6.11.1910

Полагаю, что Бортькев. не авторитет по теории вероятн. По поводу сделанной на меня ссылки на стр. 199 относительно теоремы Пуассона считаю необходимым заявить, что теория вероятностей не занимается способами выполнения испытаний и потому для неё совершенно безразлично, вынимается ли шар постоянно из одного сосуда или из сосуда, взятого наудачу, если только вероятность

белого шара выходит одинаковой. Соответственно этому теорема на стр. 276 Вашей книги не представляет никакого обобщения теоремы Бернулли. С совершенным почтением А. Марков

Примечания. 1. В последующем Марков по крайней мере частично признал Борткевича, см., например, § 14.2.

2. Марков в обоих случаях сослался на *Очерки* (1909). Номера страниц по изданию 1959 г. соответственно 170 и 226. Теорему с. 276/226 Марков подробнее характеризовал в самом конце последующей статьи (E1911).

Письмо 43а. Чупров – Марков, 23/1

черновик, без даты

Побуждения отречься от взглядов, изложенных в Очерках, я до сих пор в результате нашей переписки не испытывал. Ваше принципиально-отрицательное отношение к принятым ныне в теории статистики воззрениям по вопросу об устойчивости массовых явлений представляется мне пока совсем не убедительным. С нетерпением ожидаю Вашей статьи; быть может её более развитая аргументация и заставит меня посмотреть на дело иначе. Но сейчас я, вполне признавая глубокий интерес Ваших математических построений, Вашу постановку тех вопросов, которые выходят из-за границы чистой математики, не могу признать правильной. Сожалею же я о том, что Ваши указания и замечания не могли быть использованы для второго издания, потому что 1) мне очень досажен пропуск Ваших математических работ; это пока единственный крупный литературный пробел в моей книге, на который мне пришлось натолкнуться.

2) если бы я, принимаясь за подготовку второго издания, располагал кроме больмановой и Вашей новой формулой, то я попробовал бы перестроить порядок изложения (не поступаясь, насколько я сейчас могу сообразить, своими общими точками зрения). На почве одной больмановой формулы я крупной ломки предпринимать не решился; для неё чего-то не хватало и я предпочёл отложить попытку до дальнейшего.

Что касается тех возражений Некрасову, которые Вам представляются смешными, то для Вас ошибочность представления, будто независимость есть необходимое условие закона больших чисел, разумеется достаточно ясна. Но многие ли, даже среди математиков, занимающихся теорией вероятностей, стоят на Вашей точке зрения? Пока Вам не удалось ещё даже их поставить на свою точку зрения, а для читателей, от теории вероятностей далёких, эта точка зрения ещё того меньше распространена.

Примечания. 1. Марков комментировал начало этого письма в своём № 44. Сожаление Чупрова о том, что он, во втором издании своих *Очерков*, не сослался на работы Маркова, можно считать ответом на обвинение, выдвинутое последним в № 43. Таким образом, данное письмо естественно вставляется между №№ 43 и 44.

2. О выходящей в свет статье Маркова (E1911) см. письма №№ 35, 37 и 40.

3. О формулах Больмана и Маркова см. письма №№ 4, 5, 10, 12 и 15. В последнем письме см. также дополнение к нему в нашем § 8.2.2-2.

4. О Некрасове см. письма №№ 33, 34 и 43.

Письмо 46а. Чупров – Марков, 23/3

Черновик без даты

Вам вспоминается по-видимому формула Борткевича для мат. ож. квадрата отклонения Q^2 от 1. Так как для Вас, вероятно, представляет интерес пересмотреть статьи Бортк., относящиеся к этим темам, то посылаю Вам содержащие их номера журналов. Заодно прилагаю полученную мной работу итальянского статистика Мортара (1912), которая вряд ли могла попасться Вам на глаза, а некоторый интерес, думается, для Вас может представить.

Леонтовича (1909 – 1911) читать не стоит. Простите, что на Ваше интересное письмо отвечаю столь необстоятельно. Я угораздился несмотря на мягкую погоду простудиться и голова у меня в таком состоянии, что даже эти немногие строки пишу через силу.

Примечания. 1. Поскольку Марков благодарил Чупрова за присылку ряда статей Борткевича в № 47, то можно считать, что данное письмо написано примерно в то же время, что и № 46, а интересным письмом Чупров очевидно назвал № 45, а не № 46. Трудно сказать, о какой именно формуле Борткевича идёт речь в этом письме (а также и в № 45). Нам известны три его статьи, посвященные исследованию Q^2 и опубликованные к 1912 г. (1901а; 1901б; 1906).

2. Ссылка Мортара (1912) предположительна. Впрочем, именно эту статью обсуждала Уитекер (1914, с. 58), см. ниже Письмо № 69а.

Письмо 49а. Чупров – Марков, 23/3

черновик, без даты

Статью Ранке и Грейнера (1904) я действительно упустил из вида; в подлиннике я её не читал, так как вообще не особенно интересовался полемикой между сторонниками разных интерполяционных формул для кривых частостей. Но, похоже, Ранке делает то возражение, которое Вас интересует, ибо Пирсон (1905а) в ответ ему мимоходом этого касается, перестраивая несколько (в примечании к стр. 179) свой старый вывод.

*Что касается приоритета Борткевича, то для точного решения вопроса надо бы полистать журналы. Статьи в Биометрике на эти темы более позднего происхождения, чем первая статья Борткевича. Но в *Phil. Trans. [Roy. Soc.]*, напр. в мемуаре Филон и Пирсона (1898), многое было получено раньше Бортк. Для случая закона Гаусса кое-что можно, вероятно, проследить и дальше в глубь времени. Я не задавался этой задачей, т. к. меня интересовало статистическое применение формул (к величине Q), в котором Бортк. несомненно оригинален.*

Примечания. 1. О статье Ранке и Грейнера (1904) см. Письмо № 49. Мы полагаем, что данное письмо является ответом на № 49, поскольку на Письмо Маркова № 50 Чупров ответил Письмом № 51.

2. Описывая мысль Ранке, Чупров, очевидно, имел в виду обоих авторов. Он, кстати, не стал повторять их утверждения (с. 324) о том, что сочинения Пирсона не обоснованы теоретически, а потому не имеют практического значения. Об отношении Чупрова к работам Пирсона см. наши §§ 2.2 и 7.6.

3. Борткевич исследовал погрешность коэффициента дисперсии Q , см. Прим. 1 к Письму № 46а и наш § 14.2, а в рамках биометрической школы началось изучение погрешностей статистических функций вообще. Разумеется, для некоторых функций подобное изучение можно найти уже у Лапласа и Гаусса.

Письмо 60а. Чупров – Марков, 23/2

черновик, 2.11.13

Глубокоуважаемый Андрей Андреевич

1 декабря для меня столь же удобно как и 21 ноября, а днём, конечно, приятнее, чем вечером. На заглавии я ещё не остановился окончательно. Что-нибудь вроде закон больших чисел и современная наука (или в современной науке; или в системе наших знаний). Если к спеху, сообщите одно из приведенных выше заглавий. А то я ещё подумаю.

Над темой я много поработал и готовлю кроме речи большую статью. В краткие рамки речи крайне трудно уложить то, о чём надо упомянуть. Очень уж разнообразны те пути, которыми закон больших чисел проникает в разные науки. Последнее время я над тем главнейше и бьюсь, чтоб не было с одной стороны слишком длинно, а в то же время чтобы не стало при сокращении чрезмерно бегло и поверхностно.

Очень тянуло бы проследить исторически во всех деталях процесс проникновения закона больших чисел и статистической точки зрения в отдельные дисциплины. Благодарная была бы задача написать историю статистики в сказанном своеобразном повороте. Но чтобы сделать это чисто требуется [нрзб] количество кропотливой работы.

Очень Вам признателен за Теорию вероятностей (1900/1913). И § 16 и другие добавления чрезвычайно интересны. Позволю себе препроводить Вам своё последнее произведение – текст доклада (1916b), представленного мной этой осенью Международному статистическому институту (таблицы ещё не печатаны). Теоретического содержания в этом докладе, правда, нет: посвящен он чисто демографической теме.

Примечания. 1. Начало письма становится понятным при чтении писем №№ 60 и 61.

2. Большая статья Чупрова вышла в свет в 1914 г., а позднее он опубликовал ещё одну статью (1922e) на ту же тему.

3. Марков посвятил § 16 своей книги (1900/1913) исследованию условий, при которых имеет место ЗБЧ. См. также наш § 14.5. Заметим, что Чупров ошибочно назвал эту книгу.

Письмо № 65а. Чупров – Марков, 23/5

черновик без даты

Глубокоуваж. Андр. Андр.

Незадача на концах получается для пирсоновских кривых нередко [и] особенно бросается в глаза в тех случаях, где положение конечной точки определяется существом явления. Взять хотя бы знаменитое разложение порядка вымирания, при котором Пирсон (1895/1956, с. 106 – 108) получил хвост, заходящий за нуль (рождение) на несколько месяцев налево. Пирсон истолковал это во славу своих кривых,

указавших якобы на утробную смертность, хотя касательно её и не было наблюдаемых данных. Но горе в том, что при очень небольших сдвигах в наблюдаемых числах кривая легко могла дать хвост и более девяти месяцев и заехать таким образом не только за день рождения, но даже и за день зачатия.

При сравнении с исходным материалом сопоставлять надо, конечно, площади (эльд., например, везде так и сравнивает), но их скучно вычислять если не довольствоваться [нрзб.] У Четверикова были просчитанные примеры. Вероятно он их сохранил. Я снесусь с ним и, коли его не забрали в солдаты, переishлю Вам по получении.

Чрезмерное число десятичных знаков Пирсону ставили в упрёк: оно смешновато в силу неизбежных погрешностей. Пирсон где-то отвечал, что вычисления выполняются на счётной машине и лишние знаки не доставляют лишнего труда. [Нрзб]

Примечания. 1. Данное письмо является ответом на № 65. Чупров действительно снёсся со своим бывшим учеником, Четвериковым, и дата 2.2.16 (см. Прим. 3) позволяет установить, что Письмо 65а было написано в конце января или в самом начале февраля 1916 г.

2. Эльд. очевидно означает Эльдертон (1906). В Письме № 48, а также в и в последующем сочинении Чупров (1918 – 1919/1968, с. 195, прим. 31) сослался именно на эту книгу. См. также перечисление черновых вычислений Чупрова в конце этого параграфа, пункт 5.

3. В письме 2.2.16, 24/10, Чупров попросил Четверикова прислать вычисления, связанные с кривыми Пирсона:

Я бы демонстрировал их [вычисления] Маркову. [...] Прилагаю его последнее письмо, чтобы показать Вам, чем он в настоящее время интересуется. Не лишено занимательности, что именно его останавливает.

10.3.16 Четвериков послал Чупрову два примера каких-то вычислений, а ещё раньше выслал диаграммы.

Письмо 69а. Чупров – Марков, 23/4

черновик без даты

Глубокоуважаемый Андр. Андр.

Ученик Пирсона Сопер (1914) вычислил заново (с большим числом десят. знаков до $t = 15$) таблицу, помещённую в третьем приложении у Бортк. (1898). При этом в таблице [распределения Пуассона] Бортк. обнаружилось изрядное количество погрешностей в последнем знаке^{8.1}. Таблица Сопера напечатана в десятом томе Биометрики и перепечатана в изданных Пирсоном Tables (1914).

Что касается примеров Борткевича, то систематическому пересчёту, насколько я знаю, их не подвергали. Одну счётную ошибку отметил в полемике с Gini сам Бортк. на стр. 28 (1898) для третьего примера – вместо 1.12 надо 1.10. Расхождение между Вашими числами и числами Борткевича зависит по-видимому от различий в плане вычислений. Если исходить на стр. 24 (1898) от среднего числа повторений 0.7, то получается не 144 и 91, а 139 и 97. Но Бортк. здесь, как и ранее в § 10, считал не по всем 14 корпусам сразу, а по каждому корпусу в отдельности. Благодаря этому и получились в

столбце *zu erwarten war* [ожидаемое] большие числа на обоих концах и меньше в середине. Если выполнить в примере § 10 (1898) вычисление по средней ($389:212 = 3.47$), то и здесь, как Вы видели, для $x = 0$ получается не 7.96, а [нрзб] при расчете же по подгруппам для одной лишь первой подгруппы получается 3.36.

Примеров довольно много можно найти в статьях Gini и у Schmidt *Beiträge* (1900) (результаты в значительной степени неблагоприятные у Мортара (1912)). У Шмидта результаты благоприятные – в нескольких случаях компрометирующе благоприятные, так как одинаково хорошее совпадение получается и для ряда верного, и для ряда заведомо искажённого. Отмечая это во втором издании *Очерков* (стр. 400, прим.), я указал, что возникает подозрение, не замешаны ли здесь такие же формальные моменты как при убывании Q с уменьшением числа испытаний.

С тех пор было предложено здешним страховым математиком Б. С. Ястремским (1913/1964, с. 24) доказательство, что с уменьшением вероятности коэффициент дисперсии приближается к 1 даже при сильно меняющейся вероятности. Анализ Ястремского мне не очень нравится, но вывод можно облечь и в более отчётливые формы.

Нетрудно показать, что наиболее крупным вкладом в литературу *закона малых чисел* за последнее время является исследование Whitaker (1914), помещённое в том же 10-м томе *Биометрики*, где и таблица Сопера (1914). Это, на мой взгляд, очень сильная критика работы Борткевича, убедительно показывающая недостаточность и малую удачность его примеров. Автор примеряет данные Борткевича и Мортара на биномиальную формулу.

В случаях же [нрзб] Whitaker почти никогда не получается малых значений для вероятности и больших для числа испытаний как следовало бы ожидать, а часто даже получаются для числа испытаний отрицательные значения, для вероятности же значения больше единицы. Ясно, что ряд посылок формулы Пуассона не соблюден и согласие данных с ней иллюзорное. Приём такой: неизвестны и вероятность, и число испытаний, но если они неизменны и испытания независимы, то произведение их можно приравнять (в пределах случайных погрешностей) среднему числу повторений, – это даёт одно уравнение; другое получается по какому-либо из высших моментов. Если предпосылки действительно соблюдены, то из двух уравнений и получаем исходные числа; для опыта Вагнера (1906) (для первой половины с неизменной вероятностью) я нахожу таким путём число испытаний 113, вероятность 0.45 при действительном числе испытаний 100 и $\text{вер} = 1/2$.

В какой мере закон малых чисел пользуется признанием статистиков сказать трудно, так как неизвестно, что, собственно, называть законом малых чисел. На вопросы, поставленные мной в примечании к стр. 398 второго издания *Очерков*, Борткевич не отвечал ни в печати, ни письменно; допрашивать же его устно я не стал, так как он относится к критике закона м. чис. очень болезненно.

Примечания. 1. Закону малых чисел (1898), см. наш § 7.3.2-4, посвящена обширная литература (в том числе и упоминаемые Чупровым сочинения). В частности, заметив, что статистики не забыли

этого закона, Марков (Ондар Е1977, Письмо 66 1916 г.) указал на книгу А. [А.] Кауфмана (1909); впрочем, приведенную в этом письме конкретную ссылку дал не Марков, а редактор *Переписки*. В Письме 67 Чупров снова упоминает Кауфмана в этой же связи, но тоже не приводит ссылки. Книгу 1909 г. Кауфман переиздал (1912), изменив её название, а в следующем году она вышла в немецком переводе. Далее, в 1911 г. Кауфман опубликовал другую книгу.

2. О вычислительных ошибках Борткевича Марков писал в Письме 68, а в № 71 он упомянул таблицы Сопера (1914). Поэтому мы полагаем, что данное письмо было написано примерно в то же время, что и № 69. Добавим, однако, что в конце своего чернового письма Чупров написал *Если называть з. м. чисел самую формулу Пуассона...*, т. е. указал то самое, что составляет начало его Письма 67. Это означает, что либо в *Переписке* допущена какая-то ошибка, либо Чупров, написав черновой вариант письма, затем разделил его на две части. Выше, в тексте № 69а, мы, разумеется, не стали повторять начала письма № 67.

3. В 1907 – 1910 гг. К. Джини опубликовал четыре статьи о ЗМЧ, три из них в журнале *G. Economisti*. Чупров (1909/1959, с. 240) частично описал дискуссию Джини и Борткевича.

4. О наличии вычислительных ошибок в своём сочинении (1898) указал сам Борткевич (1910, с. 227), см. также его письмо Чупрову 3.7.14.

5. Статья Мортара (1912) упоминается также в Письме № 46а.

6. *Очерки*: с. 400 второго издания соответствует с. 286 издания 1959 г. В том же сочинении Чупров привёл выходные данные книги Шмидта (1900).

7. О статье Уитекер (1914) см. также письмо Чупрова № 80 1916 г. и его последующее сочинение (1918 – 1919/1968, с. 217).

8. Опыт К. Вагнера (1906) описал Борткевич (1906), а в Письме Чупрову 7.5.08 он же сообщил: *В статье [...] (1906) я, следуя К. Вагнеру, вычисляю Q и при малых числах испытаний*. Вначале (в первой половине опыта, как писал Чупров) Вагнер произвёл 250 серий испытаний с белыми и чёрными шарами, находившимися в урне в равных количествах. Каждое испытание, в котором регистрировалось число вышедших чёрных шаров, состояло из 10 тиражей с возвращением. Неясно, однако, почему Чупров говорил о 100 испытаниях.

9. Чупров упоминает кавалерийские корпуса, число несчастных случаев в которых исследовал Борткевич (1898); 0.7 это среднее число несчастных случаев, происшедших за год в одном корпусе. Далее, 389 – общее число несчастных случаев по восьми корпусам (1898, таблица на с. 20), а 112 (не 212!) – соответствующее число корпусо-лет и $389:112 = 3.47$. Наконец, числа 7.96 и 3.36 Чупров взял из другой таблицы Борткевича (с. 21), относящейся к другому его примеру.

10. Ссылка Чупрова на *Очерки* в конце письма относится к с. 284 издания 1959 г. Чупров утверждает, что не *допрашивал* Борткевича о смысле ЗМЧ, однако это противоречит его же письму № 51 1912г., в котором он также указал, что не видит в этом законе *крупного открытия*.

Письмо 84а. Чупров – Марков, 23/4

31 марта 1916

Глубокоуважаемый Андрей Андреевич

В случае Q^2 мы имеем

$$E\left(\frac{x}{a}-1\right)^2 = \frac{2}{\sigma-1} + \frac{1}{s\sigma pq} - \frac{6}{s\sigma} = \frac{2}{\sigma-1} + \frac{(q-p)^2}{s\sigma pq} - \frac{2}{s\sigma},$$

(1a, b)

$$E\left(\frac{y}{b}-1\right)^2 = \frac{(q-p)^2}{s\sigma pq} + \frac{2}{s\sigma(s\sigma-1)}$$

(формула более простая нежели та, которая дана Борткевичем; зависит это от того, что Бортк. не точно берёт знаменатель у Q^2).

Для того, чтобы пределы

$$\frac{a}{b} \frac{1-t\sqrt{\alpha}}{1+t\sqrt{\beta}}, \quad \frac{a}{b} \frac{1+t\sqrt{\alpha}}{1-t\sqrt{\beta}}$$

не говорю уже были достаточно тесными, но просто имели смысл, надо, чтобы $1-t\sqrt{\alpha} > 0$ или

$$\frac{2}{\sigma-1} < \frac{1}{t^2}, \quad \sigma > 2t^2 + 1.$$

Если даже взять t^2 не очень большое, мы всё же получаем такие σ , которыми статистики почти никогда не располагают.

К слову сказать, квадр. ошибку для Q^2 в виде $\sqrt{2I\sigma}$ (или $\sqrt{2IN}$ в обозначениях последней статьи Бортк.) в случае малых вер. никак нельзя брать. При малой вер. второй член в выражении (1а), $1/s\sigma pq$, того же порядка, как и первый, и опускать его нельзя. Следует брать $(2I\sigma^2) + (1/t\sigma)$.

А кроме того и кв. ош. знаменателя, к-рой Бортк. пренебрегает, становится величиной того же порядка как кв. ош. числителя, именно $(1/t\sigma)$.

Примечания. 1. Борткевич (1901а; 1901b) вывел формулу

$$EQ^2 = E\left(\frac{x}{a}\right)^2 = \frac{2}{\sigma} + \frac{1}{s\sigma pq} - \frac{6}{s\sigma}.$$

2. Формулу (1b) Чупров сообщил Борткевичу уже 25.1.1914, 21/18.

Письмо 88а. Чупров – Маркову, 23/5

черновик, 25 янв. 1917

Глубокоуважаемый Андрей Андреевич.

За Праздники я привёл в порядок свои выкладки касательно EQ^4 .

Интересуясь прежде всего Вашим суждением, позволяю себе направить рукопись Вам.

Некоторые из полученных мной результатов не лишены, как мне кажется, и математического интереса. Выяснилось между прочим,

что закон распределения значений переменной должен отвечать известным условиям, дабы $E(Q^2 - 1)^2$ стремилось к $2l(r - 1)$ с ростом n . Если эти условия соблюдены, то не представляет большой трудности и нахождение предела, к которому стремятся EQ^6 и EQ^8 с ростом n . Оказывается при этом, что закон распределения значений EQ^2 не носит характера гауссова, он остаётся асимметричным даже в пределе при $n = \infty$.

Для тех случаев, когда условия не соблюдены, мне не удалось найти точного значения предела, к которому стремится $E(Q^2 - 1)^2$, но установленные мной верхняя и нижняя границы позволяют составить достаточно ясное представление о размерах $E(Q^2 - 1)^2$ в наиболее интересном случае очень малой вероятности $p = t/n$; выясняется, что не только первоначальная, но и позднейшая, несколько исправленная формула Борткевича неверны теоретически и могут приводить к погрешностям, которыми нельзя пренебрегать и на практике.

Неравномерное распределение испытаний по сериям может сказываться по-разному на размерах $E(Q^2 - 1)^2$. Оно может и уменьшать их (например, в случае вероятности, близкой к [пропуск в письме] и повышать (в случае малой вероятности).

Примечания. 1. Переменной, как и в письмах №№ 80, 88с и 99а, Чупров называет случайную величину.

2. О продолжении исследований, описанных в данном письме, см. наш § 14.4.

Письмо № 88с. Чупров – Маркову, 23/5

черновик, 28 янв. 1917

Глубокоуважаемый Андрей Андреевич

С живейшим интересом прочитал корректуру Вашей статьи: вывод подобных рациональных формул имеет помимо математического также большой статистический интерес; сопоставляя и противопоставляя их формулам Пирсона, можно существенно усовершенствовать математическое оборудование статистики.

[Нрзб] относится только к той её части, которую именуют учением о кривых распределения. Это может иметь значение и для исследования устойчивости. Схема, из которой Вы исходите, для многих случаев ближе воспроизводит действительные условия происхождения статистических чисел, нежели традиционная урна с возвращаемым или невозвращаемым шаром. Со статистической точки зрения представляет интерес рассмотреть также схему замены вынутого шара шарами иного цвета и шарами обоих цветов в той или иной пропорции.

При чтении корректуры я заметил несколько опечаток. На случай, что которая либо из них осталась неисправленной, спешу вернуть Вам корректуру. Простите, что обременил Ваше зрение своим не совсем удобочитаемым манускриптом. Буду впредь заботливее.

Названия формулы гауссовой я придерживаюсь как общепризнанного, особенно у статистиков. Я не отрицаю, что исторически правильно соединять формулу с именами Моавра и Лапласа, но это непривычно и требовало бы каждый раз пояснения;

давать же его постоянно попутно очень обременяло бы изложение. Исход, пожалуй, можно найти в том, чтобы говорить о так наз. формуле Гаусса.

Вы указываете на необходимость считаться с возможным влиянием бесконечно удалённых величин при решении вопроса, соответствует ли этой формуле закон распределения значений переменной. Но в случае Q^2 мне кажется этой необходимости нет?

Перехожу к формулам Пирсона: я большого значения им не придаю и колебался, не отбросить ли эти выкладки. Но мне показалось соблазнительным, что одна из основных пирсоновских величин, именно $2\beta_2 - 3\beta_1 - 6$ оказывается в точности равной нулю.

Рассмотрение ожиданий до четвертой степени переменной вкл. конечно не гарантирует строгого соответствия, но до некоторой степени намечает очертание, сказал бы кривой, но признаю справедливость Вашего замечания, что о кривых в этих условиях говорить неуместно. Если я в рукописи выразился так, как будто бы я считал [нрзб].

Случай $pr = \text{пост.}$ при беспрестанно возрастающем n для ст-ка [статистика] представляет особый интерес в связи с шумным спором, вызванным законом м. ч. Бортка.

Что касается работы Новос.(1916), то в отзыве своём [В1916] её слабые стороны я не замолчал, но она всё же и по ценности полученных автором результатов и по научному творч. стоит никак не ниже, а скорее выше большей части тех сочинений, которые [нрзб] удостоиваются Акад. премий.

Примечания. 1. Пожалуй единственной статьёй Маркова, о корректуре которой упоминает Чупров, могла быть статья (1917), хотя автор и доложил её лишь 18 янв. 1917 г., за 10 дней до написания Чупровым данного письма. О высылке корректуры Чупрову Марков сообщил в своём письме № 88b (бывший его номер 105), см. § 8.2.2-2.

2. Дальнейшие вопросы, описываемые в данном письме, также непосредственно связаны с № 88b.

3. По поводу названия нормального, как мы сейчас говорим, распределения именем Гаусса см. также № 88a. Ссылка Чупрова на Муавра заслуживает особого упоминания: в начале XX в. его вывод нормального распределения был ещё мало известен. Заметим, однако, что позднее (см. § 7.5.1), Чупров ошибочно отнёс теорему Муавра – Лапласа Якобу Бернулли.

4. Равенство нулю одной из основных пирсоновских величин означает, что соответствующая кривая Пирсона относится к типу III.

5. В 1922 г. Чупров (Чп – Чт 19.7, 24/13) заметил: Новос. [...] по трудам хоть и ценю, но не без оговорок.

Письмо № 91a. Чупров – Маркову, 23/5

черновик 29 янв. 1917

В ур-ии пирсоновской кривой этого типа (Elderton, pp. 47, 65) за начало берется мода, причём мода = ср. ар. (мат. ож.) – $\mu_3/2\mu_2$. Отсюда

$$x = Q^2 - \text{мода} = Q^2 - [1 - 2/(r - 1)].$$

Наименьшее значение Q^2 равно нулю, след. предел для отклонения x в отриц. сторону $[1 - 2/(r - 1)] = a$. При $r = 3$ а обр. [обращается] в нуль и формула очевидно утрачивает смысл.

Глубокоуважаемый Андрей Андреевич

Касательно перехода к формуле Пирсона я должен принести повинную: первоначально у меня этого не было и дело кончалось отрицательным выводом, что закон распределения значений Q^2 не гауссов, а затем уже по возвращении в Сосновку пришло мне в голову примерить на пирсоновы критерии. Результат оказался любопытным и захотелось показать его Вам, а так как заняться этим обстоятельно мешали и до ближайших каникул будут мешать разные здешние дела и заботы, то я не устоял против искушения и приписал к рукописи полученные значения пирсоновых констант. Сейчас очень браню себя: надо было конечно сделать не так, а написать Вам об этом отдельно в письме.

За x в пирсоновой формуле надо принимать отклонение Q^2 от EQ^2 , т. е. $Q^2 - 1$. Пределом отрицательных значений x является, конечно, не $a = [1 - 2/(r - 1)]$, а 1, так как Q^2 может получать значение 1. При $r = 3$ формула совсем не имеет смысла, так как a обращается в нуль. Словом, ясно, что формула не годится. Надо сказать, что свой интерес для критики пирсоновских построений представляет и этот отрицательный вывод.

Тем путём, на который Вы указываете во втором письме, я идти не пробовал. Что обозначено через Q в формуле [в Письме № 90]

$$E(Q-1)^2 = \frac{2}{\sigma-1} e^{-g\sigma} \left[\frac{(g\sigma)^2}{1 \cdot 2^2} + \frac{2(g\sigma)^3}{1 \cdot 2 \cdot 3^2} + \dots \right] -$$

то же, что у меня или то, что у меня обозначается через Q^2 ? Сейчас меня интересует ближайшим образом $E(Q^2 - 1)^2$ (в моих обозначениях). Существует ли в пределе равенство

$$E(Q^2 - 1)^2 = \frac{2}{\sigma-1} \frac{g\sigma}{g\sigma+1} ?$$

Это было бы существенно знать и для той задачи, которая меня сейчас непосредственно занимает, и с точки зрения представляющей для теории статистики громадную важность более общей проблемы касательно размеров разности $E\alpha/\beta - E\alpha/E\beta$. Выражение $E(Q^2 - 1)^2$ суммой бесконечного ряда этот вопрос могло бы решить.

Немалый интерес могло бы иметь и $E(Q - 1)^2$, так как позволило бы получить EQ , для которого мне пока удаётся в обоснованной форме установить лишь довольно широкие пределы (формула Борткевича $EQ = 1 - 1/4\sigma$ в сущности совершенно не обоснована), а также и $E(Q - EQ)^2$. Применительно к Вашей схеме растущего состава было бы интересно получить $E(m/n - E_m/n)^2$ для всех трех возможных её вариантов: замены вынутого шара шарами того же цвета, замены шарами иного цвета и замены шарами обоих цветов. С точки зрения запросов статистики заслуживал бы внимания тот случай, когда

пропорция обоих цветов среди присыпаемых шаров колеблется случайно вне зависимости от цвета вынутого шара (статистический пример: доля мальчиков среди умирающих на первом году жизни младенцев, среди умирающих на первом месяце, доля мужчин среди всех умирающих).

Искренне Вам преданный А. Чупров

Примечания. 1. Текст письма связан с № 89. Начало письма вплоть до слов *представляет и этот отрицательный вывод* зачёркнуто.

2. Сосновка – пригород Петербурга (Петрограда), место расположения ППИ.

3. По поводу ссылки на Эльдертона см. Письмо № 65а.

4. Второе письмо Маркова это Письмо № 89, см. наш § 8.2.2-2.

5. О переходе к формулам Пирсона упоминали Марков (Письмо № 88b и сам Чупров (№ 88c), однако они не привели никаких ссылок. Об отправке своей рукописи Маркову Чупров указал в № 88а.

6. О предельном равенстве для $E(Q^2 - 1)^2$ см. также №№ 88а и 93а и наш § 14.4. О соотношении между $E\alpha/\beta$ и $E\alpha/E\beta$ для зависимых случайных величин α и β см. также Письмо № 93а и статьи Чупрова (1918 – 1919/1968, Очерк 2, гл. 2; 1922а).

7. О формуле Борткевича для EQ Чупров упоминал и в № 87. Она имела несколько иной вид (1906):

$$EQ = 1 - \frac{1}{4\sigma} + \frac{1}{12\sigma^2}.$$

Впоследствии, заметив ошибку в её выводе, Борткевич (1913, с. 26) исправил её, заменив 12 на 32.

8. Более кратко о различных урновых задачах Чупров сообщал в Письме № 88с. Свой статистический пример он описал недостаточно подробно. Термин *растущий состав* употребил Марков (1917/1951, с. 576), имея в виду возрастание числа шаров в урне.

Письмо № 93а. Чупров – Маркову, 23/5

черновик, 30 янв. 1917

Глубокоуважаемый Андрей Андреевич

Переход от Ez^2/y^2 к Ez^2/Ey^2 непосредственно примыкает к аналогичному переходу для величин, которые я обозначаю через A и C и законен в тех же условиях. Оформить рассуждение всего проще так: z^2 может быть разбито на три группы членов, – одна вида $(x_1 - x_2)^4$; другая вида $(x_1 - x_2)^2(x_1 - x_3)^2$; третья вида $(x_1 - x_2)^2 \cdot (x_3 - x_4)^2$. Соответственным образом разбивается и z^2/y^2 на члены вида [Чупров повторил те же три выражения, каждое делённое на y^2], а также Ez^2 и Ez^2/y^2 . Отсюда для тех случаев, когда

$$E[(x_1 - x_2)^4/y^2] = E(x_1 - x_2)^4/Ey^2,$$

$$E[(x_1 - x_2)^2/(x_3 - x_4)^2/y^2] = E[(x_1 - x_2)^2(x_3 - x_4)^2]/Ey^2,$$

мы и находим $Ez^2/y^2 = Ez^2/Ey^2$.

Сходное рассуждение может быть применено и к EQ^6 , EQ^8 и т. д. Условия законности – те, которые требуются для перехода от

$E[(x_1 - x_2)^6/y^3]$ к $E(x_1 - x_2)^6/Ey^3$ и т. п. Исходя из того же неравенства, на которое я опираюсь при анализе

$$E[(x_1 - x_2)^4/y^2] \text{ и } E[(x_1 - x_2)^2/(x_3 - x_4)^2/y^2],$$

их можно наметить и не выполняя всех вычислений, а принимая лишь во внимание, что знаменатель разности $E\alpha/\beta - E\alpha/E\beta$ содержит nr в степени более высокой, нежели числитель.

Ваша формула для $E(Q^2 - 1)^2$ показывает, что если формулированные у меня условия не соблюдены, переход от Ez^2/y^2 к Ez^2/Ey^2 незаконен, так как он в этом случае приводит к

$$\frac{2}{r-1} \frac{rm}{rm+1}. \quad (*)$$

Это очень важно. Те странички моей работы, где я примеряюсь на (*), надо, стало быть, бросить. Пока вопрос о пределе $E(Q^2 - 1)^2$ в этих условиях оставался нерешённым, они представляли некоторый интерес, теперь же утрачивают смысл.

В ряду неравенств, которые можно вывести из Вашей формулы, легко получается

$$E(Q^2 - 1)^2 < \frac{2}{r-1} \left(\frac{rm}{2}\right)^2,$$

показывающее, до чего велика может быть при малом t и небольшом r ошибка, если принимать одну из формул Борткевича.

Найти мат. ожид. высших степеней Q^2 будет, кажется, для $n = \infty$ и при условии $Ez^k/y^k = Ez^k/Ey^k$ не так трудно. Прошлым летом я в иной связи размышлял об

$$E\left(\sum_{i=1}^s (x_i - x_{(s)})^2\right)^k, \quad (**)$$

где $x_{(s)}$ – ср. ар. Общий случай довольно сложен и я не успел довести [его] до конца. Но сейчас требуемая формула не общая, а лишь для двух сравнительно простых случаев: для $s = \infty$ применительно к знаменателю Q^{2k} и для гауссова распределения x_i и $s = r$ применительно к числителю. Первое совсем нехитро, Второе сложнее, но кажется всё же не чрезмерно. Для [Чупров выписал (**)] с заменой $x_{(s)}$ на a_1] в случае гауссова распределения получается как будто $\mu_2^k s(s+2)(s+4)\dots(s+2k-2)$. Это имеет вид обнадеживающий.

Любопытно было бы получить эту пирсонову формулу как рациональную. Равным образом было бы интересно и не получить её, а доказать, что она непригодна.

Искренне Вам преданный А. Чупров

Примечания. 1. Письмо примыкает к № 91, в котором, однако, нет непосредственного рассуждения о Ez^2/y^2 . См. также № 87.

2. О формуле для предела $E(Q^2 - 1)^2$ и о следствиях из неё см. №№ 91а и 92.

3. Очевидно, что Чупров обозначил среднее арифметическое вначале через $x_{(s)}$, а затем в аналогичном случае употребил обозначение a_1 . В последующей статье (1918 – 1919/1968, с. 175) он привёл формулу [для k -го момента распределения хи-квадрат]

$$E\left(\sum_{i=1}^s (x_i - \bar{x})^2\right)^k = (s-1)(s+1)(s+3)\dots(s+2k-3)\mu_2^k,$$

считая её известной. Здесь x_i – значения случайной величины ξ с нормальным распределением, \bar{x} – среднее арифметическое из s значений x_i и $\mu_2 = E(\xi - E\xi)^2$. В этой же статье Чупров (с. 143), рассматривая n равнораспределённых случайных величин ξ_i , $i = 1, 2, \dots, n$, обозначил $E\xi_i$ через m_1 .

Письмо № 99а. Чупров – Маркову, 23/5

черновик, 3 февр. 1917

Глубокоуважаемый Андрей Андреевич

Я вполне сознаю на какую скользкую почву мы становимся, начиная рассуждать о значениях 0/0, – знаю, как легко здесь при малейшей оплошности безнадежно запутаться. Мне и хочется выяснить вопрос о предпосылках до полной отчётливости и я очень прошу Вас помочь мне: я чувствую, что что-то неладно, но никак не могу установить, что именно.

Мой вывод $EQ^2 = 1$ может быть расчленён на две части. 1) Если

$$E[(x_i - a_1)^2/y] = E[(x_j - a_1)^2/y] \quad (*)$$

и

$$E[(x_i - a_1)(x_j - a_1)/y] = E[(x_h - a_1)(x_g - a_1)/y], \quad (**)$$

то $Ez/y = Ez/Ey$.

2) Если при этом $Eh/y = 1$, то $Ez/y = 1$.

На какие-либо предположения касательно значений z/y в исключительных случаях он непосредственно не опирается ни в первой, ни во второй части, а затрагивается ими лишь постольку, поскольку с ними связана законность допущений 1) $Ey/y = 1$; 2) и 3) [Чупров снова выписывает () и (**).]*

Первое допущение кажется мне самоочевидным, последние же два как будто прямо вытекают из условий задачи: независимости испытаний и неизменности закона распределения значений переменной. Что касается предположения касательно значения соответствующих величин в исключительных случаях, то допущение 2) предполагает лишь, что величинам $(x_i - a_1)^2/y$ и $(x_j - a_1)^2/y$ придаётся при этом одно и то же значение, безразлично какое. Допущение 3) то же предполагает относительно величин $(x_i - a_1)(x_j - a_1)/y$ и $(x_h - a_1)(x_g - a_1)/y$.

Эти предположения казалось бы очевидно тоже не встретят возражений. Где здесь ошибка? Как ни старался, найти не могу. Был бы очень признателен за указание.

Примечания. 1. О смысле частного 0/0 см. письма №№ 95, 96 и 98, о выводе формулы для EQ^2 – № 98. Как и в № 93а, величина a_1 очевидно обозначает среднее арифметическое.

2. *Переменной*, как и в письмах №№ 80, 88а и 88с, Чупров называл случайную величину.

3. Чупров основывался на своей предыдущей статье (1916а).

Дополнение

В фонде Чупровых (картон 23) находятся также черновые вычисления А. А., которые имеют отношение к его переписке с Марковым. Вот их перечисление.

1. Вычисления, примыкающие к № 8. Ондар (Е1977, с. 148 – 152) переписал их и вставил отсутствовавшие промежуточные выкладки, но не сослался на записи Чупрова.

2. Вычисления W (см. № 15) для одного частного примера.

3. Вывод формул и решение примеров к №№ 16 и 17.

4. Вычисления к № 54.

5. Вычисление моментов случайной величины с распределением

$$y = y_0[1 + (x^2/a^2)]^{-3}$$

со ссылками на Эльдертон (1906, с. 47, 62 и 64). В известной части переписки Маркова и Чупрова (часть её безусловно утеряна) о подобных вычислениях не говорится, однако, например в №№ 65а и 91а обсуждаются некоторые кривые распределения (и приводятся ссылки на Эльдертон). См. также Прим. 2 к Письму № 65а.

6. Подготовительные вычисления к решению примера Маркова из № 66.

7. Отыскание вероятности $P(x/y) = 1$, см. № 76, для

$$x = \frac{\sum (t_i - t)^2}{\sigma - 1}, y = \frac{t(1-t)}{[s - (1/\sigma)]}.$$

Петербургский архив Российской академии наук хранит две рукописи Чупрова, обе без даты. В одной из них он исследует условия равенства E_x/y и E_x/E_y для случайных величин x и y , см. его Письмо № 80 и ответ Маркова № 84, оба 1916 г. В отличие от этой рукописи, вторая, ныне опубликованная, снабжена заглавием и мы включили её в Библиографию (1916 или 1917).

Она связана с письмами №№ 87, 88а, 88с, 93а и 94 и её основной результат (см. её § 8) таков: при $n \rightarrow \infty$ законом распределения Q^2 является какая-либо кривая Пирсона. Чупров тем самым привёл много больше, чем подразумевалось заглавием работы, но так и не стал публиковать её, ср. его статью (1918 – 1919, Очерк 2), видимо из-за критики Маркова, косвенно описанной в Письме № 88с. Чупров молчаливо предположил, что искомая плотность определяется своими первыми моментами.

8.2. Исправление ошибок и искажений в *Переписке*

8.2.1. Неоговоренные изменения текста

8.2.1-1. Написание фамилий. Марков часто сокращал написание фамилий при их повторном упоминании. Так, в начале Письма № 15 он

обсуждал формулу Борткевича – Лексиса и обе эти фамилии написал полностью, а в конце письма назвал ту же формулу формулой Б. – Л. Этого сокращения в *Переписке* нет. Далее, Марков выписывал фамилии многих европейских учёных на языке оригинала, не склоняя их как это требовалось бы правилами русской грамматики. Так, в № 19 Марков писал схемы Czuber, а в № 49 – изложенный Czub. вывод взят прямо от Pearson, а не Czuber’a, Czuber’ом, Pearson’a, как приведено в *Переписке*.

8.2.1-2. Сокращения. Марков сокращал не только фамилии, но и многие другие слова, и эта особенность его стиля не отразилась в *Переписке*. Примеры: фор. (формула); изд. (издание); вер. или вероятн.; независ.; сер. (серия); прибл.

8.2.1-3. Датировка писем. Часть писем Маркова не датирована, что в первую очередь относится к его почтовым открыткам №№ 5, 12, 13, 17, 18, 21, 23, 37, 38, 69, 70, 95. Во всех этих случаях в *Переписке* без каких-либо примечаний указаны даты почтовых штемпелей (однако, в № 23 правильная дата – 20, а не 21 ноября 1910 г.). Но кроме того даты не приведены Марковым и в ряде писем (№№ 7, 28, 30, 31, 33, 35, 43, 47, 66, 74) и мы не знаем, каким образом эти даты были установлены в *Переписке*. В двух случаях (№№ 58 и 59) Марков привёл даты не только по старому стилю, как всегда, но и по новому.

8.2.1-4. Библиографические сведения. Марков иногда сокращал библиографические описания или приводил их неполностью. Так, в № 27 *Журнал Министерства народного просвещения* он назвал просто ЖМНП, а в № 49 не привёл ни места издания *Биометрики*, ни года выхода в свет статьи Пирсона; эти сведения были внесены в *Переписку* без оговорок. Аналогично обстоит дело и в других случаях (№№ 65, 66, 70 и 71).

8.2.1-5. Неоговоренные математические исправления. В Письме № 66, умножая ряд чисел на 112, Марков употребил символы обычного равенства, а не пары волнистых чёрточек, как в *Переписке*. В № 89 он написал пред $m/np = 1$, а не $\lim \dots$. Аналогичные исправления сделаны, снова без оговорок, в №№ 91, 93 и 94. В № 7 запись Маркова $l \neq k$ переделана в $l \neq k$, а в №№ 91 и 105 (новый номер 88b) сокращение *post* переделано в Const. Наконец, в № 101, в середине с. 130, написано условие $\sum \gamma_i^2 = 1$, Марков же написал $\sum \gamma_i^2$, т. е. так и не привёл никакого условия.

8.2.1-6. Обращение. Как правило, каждое письмо и каждая почтовая открытка Маркова начинается в *Переписке* с обращения. Фактически же в письмах (открытках) №№ 16, 23, 52, 78 и 92 никакого обращения нет. О № 78 см. также наш § 8.2.2-2.

8.2.1-7. Курсивный шрифт. В своих письмах Марков подчёркивал отдельные слова и фразы и в *Переписке* они, естественно, набраны курсивом. Однако в №№ 25 и 27 курсивный шрифт появился без всяких оснований, а в №№ 5, 18, 23, 27, 56, 71, 74, 75 и 90 допущены ошибки противоположного смысла.

8.2.2. Ошибки

8.2.2-1. Незначительные ошибки. Таких ошибок мы насчитали 85. Взятые в целом, они могут создать неверное впечатление о Маркове. Вот несколько примеров. *Единственная заслуга П. А. Некрасова [...]* именно состоит в том ... (№ 3). Слово *именно* у Маркова отсутствует.

Вчера я [...] показал (высказал!) своё убеждение (№ 15). Прошу принять уважение (уверение!) в совершенном почтении (№ 26).

8.2.2-2. Существенные ошибки. Таких мы нашли более 90, вся Переписка исковеркана. Перечисляя ошибки, мы выписываем пропущенные места заглавными буквами, а после ошибочного слова указываем в скобках верное и подчёркиваем его.

№ 1. Это письмо, а не открытка.

№ 11, с. 24. По Вашему объяснению, испытания [...] НЕ независимы.

Там же, в следующем абзаце. Тогда p (n) приведётся к единице.

Там же, с. 25. В Табл. 2 (слова табл. 2 и ТАБЛИЦА 2, а также и табл. 1 и ТАБЛИЦА 1 на с. 24 вставлены редактором) последний столбец должен быть $0; -\frac{3}{4}; -\frac{1}{2}; \frac{3}{4}; 0$, а предпоследняя строка $\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; -\frac{1}{4}; -\frac{1}{4}; -\frac{1}{4}; \frac{3}{4}$.

№ 13. Перед подписью пропущена фраза: ОБЫКНОВЕННО НЕ ГОВОРЯТ ЯСНО, О ЧЁМ ИДЁТ РЕЧЬ.

№ 15, с. 32. В промежуточных вычислениях в знаменателе предпоследнего члена выражения М.о. W должно быть n^2 , а не n .

Там же, с. 33. Перед подписью пропущена фраза О БОЛЬШАНЕ ЕЩЕ РАЗ СКАЖУ, ЧТО УКАЗАННЫЕ ИМ СЛУЧАЕ ЗАКЛЮЧАЮТСЯ В МОИХ КАК ЧАСТНЫЕ.

№ 19, с. 36. можно заменять среднее арифметическое [...] математическим ожиданием ТОЛЬКО в тех случаях ...

№ 20, с. 38. Под знаком суммы во втором члене М.о. W должно быть $(p_i - p)^2$.

Там же. Марков подчёркнул последнее слагаемое в своих вычислениях и написал рядом: НЕ НУЛЬ.

Там же, конец письма. Все эти величины (вычисления).

№ 23. В конце письма, перед подписью, пропущена фраза (ОЧЕРКИ ПО ТЕОРИИ СТАТИСТИКИ, СТР. 368).

№ 25, с. 42. В одном случае c_λ^2 ошибочно набрано как c_{λ^2} , а скобка в выражении $\sum g_\lambda (c_\lambda - c_{\lambda^2})$ не должна возводиться в квадрат.

Там же, 5-я строка снизу. Вместо образцом напечатано образом.

Там же, с. 43, приписка. По моему убеждению, ВПЕРВЫЕ обобщённая теорема ...

№ 27. Фраза, ошибочно (см. наш § 8.2.1-7) набранная курсивом: при перемене (переменной) вероятности.

Там же, самый конец письма. В их схеме (вне схемы) Кетле ...

№ 28, с. 46. я отношусь к вопросу о применимости теории вероятностей К СТАТИСТИКЕ безразлично ...

Там же, с. 47. Не разобранное слово – вторая (появляется вероятность вторая).

Там же, с. 48. они не могут (она [вторая вероятность] не может) дать ...

№ 30, с. 49. имеется ещё знаменатель, О КОТОРОМ Я ЗАБЫЛ, что [он] определяется ...

№ 32, пункт 3. независимости СОБЫТИЙ И НЕЗАВИСИМОСТИ испытаний.

№ 33, с. 52. другая МОЯ статья ...

№ 38. Пропущена приписка: ПРИМЕРЫ, СОЕДИНЯЮЩИЕ ДВА СЛУЧАЯ: 100 РАЗ 0.6, 100 РАЗ 0.4, 100 РАЗ 0.6, 100 РАЗ 0.4. СЕРИИ ПО 100 ДАЮТ ОДНО, ПО 200 – ДРУГОЕ. [Ср. № 41.]

№ 44. После слов, выделенных курсивом, пропущено: (TERMINUS TECHNICUS). Ср. Марков (1911/1977, с. 165).

№ 45, с. 60. *применении способа наименьших квадратов к определению вероятности* ПО НАБЛЮДЕНИЯМ

Там же. *об определении математических ОЖИДАНИЙ квадратов*

Там же, с. 61. Во второй строке должно быть $(0, 1, 2, \dots, n)$, а не $(0, 1, 2, \dots)$, а в пятой строке $p(1-p)/nN = k/n$.

№ 46. *вероятную погрешность (11-й у Е. Е. Слуцкого [1912, § 4]) ВЕРОЯТНОЙ ПОГРЕШНОСТИ*

№ 49, с. 66. *При этой (той) постановке вопроса [...] формулы PEARSON выходят*

№ 50, с. 67. *оценкой погрешности в определении вероятностей (вероятной)*

Там же. Очевидная ошибка допущена в формуле Пуассона.

№ 51, с. 69. В седьмой строке должно быть: *в области ИЗУЧЕНИЯ ошибок.*

№ 53, с. 70. *Полагаю, [...] тем более, что в КОНЦЕ КОНЦОВ ЕДВА ЛИ В “Исчислении вероятностей”*

№ 54, с. 71. Приведена ошибочная дата публикации *Искусства предположений* Якоба Бернулли.

Там же, с. 72. *А именно нахожу вероятность буквы [...] если она следует за ГЛАСНОЙ И ЕСЛИ СЛЕДУЕТ ЗА согласной*

Там же, с. 73. В таблице допущены две ошибки, а в её пояснении пропущено одно слово. Мы рекомендуем пользоваться безошибочной таблицей (Марков 1900/1913, с. 363).

№ 56, с. 75. *Слишком лёгкое отношение [...] наблюдается много (мною)*

№ 65. В показателе степени в последнем сомножителе формулы должно быть $-0.150127x$.

№ 66, с. 81. *практически можно обосновать только немногими (многими)*

Там же. Марков сослался не на статью, указанную редактором, а на другую работу Борткевича (1898). Эту ошибку заметили Quine & Seneta (1987, с. 174 – 175).

Там же. Однородные данные Марков взял из пунктов а) и с), а не из d) и с). Последнее из табличных чисел, 0.0361.

Там же, с. 82. Одно из произведений, вычисленных Марковым, равно 20.7, а не 2.07.

Там же. *По моему мнению, материал, делаемый (даваемый)*

Там же, с. 83. Подстрочного примечания у Маркова не было.

Там же. Вторая формула должна иметь вид

$$m = (23 + 38 + 12 + 4):100 = 0.671.$$

Там же. *Вообще, по моим наблюдениям, кривые [...] не обязательно (не могут, лучше сказать – не) должны*

№ 68. Подстрочного примечания, которого у Маркова не было, ошибочно.

№ 70. при правильном счёте дней (счёте даёт)

№ 71, с. 87. Формула Борткевича должна быть

$$E({}_\alpha Q^2) = 1 + \alpha[E(Q^2) - 1].$$

Там же, 3 строки выше. Заменить Q_x^2 на ${}_x Q^2$.

№ 73, с. 90. Вот любопытный вид ...: 368, 555, 662 (602)

Там же. с сомнением ко всякому изменению там (чисел), которое

Там же, с. 91. всегда получал коэффициент (коэф. д. [дисперсии])

Там же. В самом конце письма следует читать к. д. < 1.09, а не 1.09.

Последнее число там же, 0.123, явно ошибочно.

№ 74, с. 91. Обозначение $\varepsilon(Q^2)$ заменить на $\varepsilon({}_\alpha Q^2)$.

№ 78. Письма с таким номером не существует. Его текст (но без отсутствовавших у Маркова обращения и даты) представляет собой приписку к письму № 77. Букву Q в приписке следует заменить на букву o .

№ 79. Письмо начинается пропущенной фразой ЗАКРЫТОЕ ПИСЬМО [№ 77] ПОСЛАНО РАНЬШЕ

№ 83, с. 106. Сумма $x_1 + x_2 + \dots + x_\sigma$ выписана дважды, в обоих случаях она равна l (а не 1 и l , как в *Переписке*).

Там же. В конце страницы и по всей с. 107 букву Q следует заменить на θ .

Там же, с. 107. Вторая производная должна быть записана в виде $d^2(pe^n\theta + q)^s / d\eta^2$. Сразу после неё: *положить $\eta = 0$ и найти коэффициент при θ^l* , Т. Е. НАЙТИ КОЭФ. ПРИ θ^l в выражении

Там же, с. 108. Скобка под знаком первой суммы: последнее слагаемое в ней l^2/N , а не l/N . В знаменателе окончательного выражения для этой суммы должно быть $(l-1)!$, а не $l!$. Под знаком последней суммы должно быть $p^l q^{N-l}$.

№ 84, с. 109. Фраза после второй выключенной формулы: *для любого положительного числа n [...]*. Аналогично должна читаться фраза после шестой формулы.

Там же. По всей странице букву Q заменить на θ .

№ 85, с. 112. Шестая строка после второй формулы: *только на 0.001, то r будет больше 1*.

№ 86, с. 113. Верхний предел интеграла $+\infty$, числовой множитель перед интегралом $2/\sqrt{\pi}$.

№ 89. Письмо начинается пропущенными словами ВТОРОЕ ПИСЬМО.

Там же, с. 117. Четвёртая строка должна читаться: *Если Вы имеете доказательство, что для истинной x границей служит $-a$* . Буква x у Маркова отсутствовала.

Там же. Первое выключенное выражение Марков назвал квадратичной (а не квадратной) формой, а интегралами он представил ожидания различных степеней Q .

Там же, с. 118. Первая формула: $p = g/n$, а не $p = q/n$.

№ 90. Выражение $(Q^2 - 1)^2$ заменить на $(Q - 1)^2$.

№ 91, с. 119. Выражения Ez^3/g^3 и Ez^4/g^4 заменить соответственно на Ez^3/y^3 и Ez^4/y^4 , а $E(Q^2 - 1)$ – на $E(Q - 1)^2$.

№ 92. Выражение $2/r - 1$ заменить на $2/(r - 1)$.

№93, с. 120. Предел от Q^{2l} берётся при условии $n = \infty$.

Там же. *произведение числа появлений на число НЕявления.*

Там же, с. 121. Под знак первого кратного интеграла следует вставить пропущенный сомножитель $e^{-\xi}$. В последнем кратном интеграле, которым выражается Ω , последний член в показателе должен быть $-z_r^2$, а производная в конце вычислений имеет вид $d^{i+2j}\Omega/da^i d\beta^{2j}$.

№ 94, с. 122. Первая строка первой формулы: знаменатель члена перед фигурной скобкой $(r-1)^l$, второй член этой скобки $l(2/2)(r+2)$, [...], знаменатель предпоследней строки той же формулы 2^k , а не k , знаменатель последней строки 2^l , а в знаменателе правой части $(r-1)^l$.

Там же. Последняя строка начинается так: $\Phi(-2l+2, l) =$

№ 95. Заменить Q^2 на $0/0$.

№ 101, с. 128. Последняя строка: $x_{ji} - a_1$, а не $x_{ji} - a$.

Там же, с. 128 – 129. Всюду заменить η на h .

Там же, с. 129. В выражении для z_i последний член имеет вид $\xi_r \sqrt{s_r} / s$.

№ 103, с. 134. Первая формула: Марков обозначил букву X несколько своеобразно, подчеркнув её сверху и снизу. Вопреки мнению редактора, никаким новым обозначением он таким образом не пользовался. В первой формуле пропущен член $-X_r^2$, так что последние два члена взаимно уничтожаются.

№ 105. Дата этого письма 27 января, а не 27 февраля 1917 г. Соответственно, это письмо должно получить номер 88b.

Выше, все исправляемые письма были написаны Марковым. Теперь мы перечислим необходимые исправления к письмам Чупрова (Петербургский Архив РАН, Фонд Маркова, опись 1, № 23)

№ 2, строка 5. *было бы справедливо умолчать* О НЕКРАСОВЕ

Там же, строка 8 снизу. *математиков (математикой) в трудах Некрасова*

№ 8, с. 17. Четыре раза упоминается событие E , но E было вставлено редактором.

№ 22, сразу после ссылки на формулу с. 282. *мы с разным (равным) успехом*

Там же, строка 8-я снизу. *естественно (естественней) отправляться*

№ 24, с. 40, 4-я строка снизу. *в таких случаях (условиях), где статистики*

Там же, с. 41, 8-я строка снизу. *конкретизирован (конструирован) так:*

№ 29, с. 49, 6-я строка. *даже ЕСЛИ первая безнадёжна*

Там же, 7-я строка во втором абзаце. *ряд моментов, способных ЧАСТЬЮ повышать [...] притом, что в ФАКТИЧЕСКОМ ПРИСУТСТВИИ ИХ в обстановке*

№ 34, с. 52, 3-я и 4-я строки. *То сокращение (скрещивание)*

Там же, с. 53, 13-я строка. *которые устраняют (играют) роль*

Там же, 6-я строка в 3-м абзаце. *что особенно (собственно) интересуется*

№ 48, с. 65, 4-я строка после выключенной формулы. *далее третьего члена ОБЫЧНО не идут.*

№ 76, с. 92. Левая часть формулы должна быть $E(\alpha Q^2)$.

Там же, с. 93, последняя не выключенная формула. Заменить $2m^2/\sigma - 1$ на $2m^2/(\sigma - 1)$.

Там же, с. 95, 6-я строка. *величины b и d связаны с величинами a_i (с величинами a)*

№ 80, с. 99, в абзаце, который начинается словами *Из (1) явствует. Можно заменить x/y величиной (r), выбранной так, что (x/y)*

Там же, с. 100, 3-я строка. Кантелли заменить на Капелли.

Там же, после двух выключенных формул. *степени частоты (частоты l)*

Там же, последний сомножитель в последней выключенной строке должен быть $\beta_{h, k+h-j-l}$.

Там же, с. 101. Полной уверенности в формулах нет, так как Чупров выписал их очень небрежно; так, в первой выключенной формуле b^2 возможно следует заменить на b^n .

Там же, первый абзац после первых выключенных формул: *Пусть все число разных r мыслимых. Буквы r не должно быть.*

Там же, перед следующими выключенными формулами. *значения $x - y/y$ и через [...] значения $y - b/b$. Должно быть $(x - y)/y$ и $(y - b)/b$.*

Там же. В двух из следующих выключенных формул верхний предел суммы n заменить на μ .

Там же, с. 102, 1-я строка. Заменить $\gamma + 1$ на ν .

Там же, пункт 2). Следует понимать детерминант из $(\nu + 1)$ строк.

Там же, после матрицы. Под знаком суммы должно быть $a_j \varphi_j^n$, а в правой части равенства знак суммы заменить на E .

Там же, с. 103, 11-я строка снизу. *сконфузить WHITAKER, равно как [...] равно (ровно) ни на чём*

№ 87, 2-я строка. *основы теории УСТОЙЧИВОСТИ статистических*

Там же, тот же абзац. *конечно поспеши сообщить (прислать)*

Там же, 1-я строка снизу. Знаменатель в формуле должен быть $\sigma + 1$.

Там же, с. 115, 5-я строка. Левая часть неравенства должна быть $E(Q^2 - 1)^2$.

Там же, второй абзац, формула, включающая $(x_1 - x_4)^2$. Индекс 4 заменить на 3.

Там же, последняя выключенная формула. Левая часть должна быть EQ^4 .

Там же, 1-я строка снизу. *и о том, что (вместо что вставить почему) мой.*

Там же, в том же предложении должно быть Ey/x .

№ 97, с. 125. По всей странице заменить индекс η на h . В трех формулах неравенство $j \neq r$ заменить на $j \neq i$.

9. Кандидатская диссертация

Юношеское сочинение (D 1896) интересно тем, что уже в нём можно увидеть и сильные, и слабые стороны творчества Чупрова (например, большую самостоятельность, но и переоценку логики и философии за счёт математики), равно как и общее направление его научной мысли на много лет вперёд.

9.1. Общее описание. На титульном листе диссертации имеются две одинаковые надписи *Весьма удовлетворительно. П. Некрасов* с датами 1.3.1895 и 18.3.1896, первая из которых явно ошибочна. Содержание работы:

1. Предисловие.

2. Часть 1-я. Логика вероятности (вероятная связь явлений – различные системы воззрений на вероятностные явления – логические представления, примыкающие к понятию вероятной связи).

3. Часть 2-я. Начала математической теории вероятностей (вероятности сложных событий и повторения событий – вероятности причин – вероятности повторения явлений в случае большого числа испытаний – вопросы, примыкающие к ЗБЧ – начала теории вероятностей à posteriori – следствия из её основных положений).

4. Часть 3-я. Основания статистического метода. Важность исследования методов изучения вероятной связи (непригодность приёмов, обычно предлагаемых логикой индукции – статистический метод как совокупность приёмов индуктивного исследования – основные приёмы установления фактов – исследование результатов применения этих приёмов – приёмы вывода причинных соотношений – сравнительная оценка математических приёмов исследования отношений вероятной связи).

5. Краткие прибавления, посвящённые интерполяции функций и одной урновой задаче Лапласа.

На отдельных листочках в сброшюрованный текст диссертации вклеено большое число выдержек из сочинений различных учёных, и мы полагаем, что Чупров проделал соответствующую работу по настоянию Некрасова. На полях диссертации во многих местах написаны (очевидно, впоследствии) фамилии авторов, т. е. приведены дополнительные библиографические указания. Наконец, на полях имеются и критические карандашные записи, принадлежащие по всей видимости Некрасову, но только в первой части работы. Это, кажется, означает, что он весьма поверхностно отнёсся к своим обязанностям.

В 1896 – 1897 гг. Борткевич ознакомился с диссертацией Чупрова. Судя по письмам, оказывается (Б – Чп 4/16.11.96), что Чупров хотел опубликовать свою работу, Борткевич же посоветовал ему выделить из неё вторую часть (математическую) и написать на её основе особую статью. Вскоре он (Б – Чп 10/22.1.97) уведомил своего корреспондента, что *очень сочувствует* его намерению *сделать из Логики вер. самостоятельный этюд.*

Чупрову не удалось осуществить свои планы (§ 7.2), однако в дальнейшем он неоднократно возвращался и к обсуждению некоторых понятий и законов теории вероятностей (§ 10.1), и, особенно (§ 10.4), к описанию сути статистики и статистического метода. Чупров всерьёз обсуждал взаимоотношение логики с теорией вероятностей и

статистикой (§§ 9.3, 9.4, 10.2), хотя и всегда удачно. Эта проблема не устарела и сейчас.

9.2. Философские вопросы. В первой части своего сочинения Чупров уделил много внимания проблеме причинности. Он подразделил причины и действия на *более мелкие части, также причинно связанные*, утверждая, что в этом состоит *дифференциальная форма закона причинности* (с. 6) и что интегральная форма этого закона есть следствие последней (с. 7). Это неясное заявление напоминает о последующем утверждении Чупрова (Чп – Б 5 – 10.3.98):

Я вообще не стою за математическое изложение; напротив, почти всегда я предпочитаю форму наименее символическую, т. е. словесную; но безупречное словесное изложение математической темы может быть дано лишь если перед глазами лежит математическая её обработка.

Мы всё-таки сомневаемся в том, что Чупров имел здесь перед глазами математическую картину. Его философский крен вызвал критику Некрасова (на полях с. 4):

Мы [математики] довольствуемся представлениями о силе, пространстве, времени, вероятности и т. д. О тех же предметах философы написали целые тома, для физиков и математиков бесполезные. С точки зрения нашей Милль, Кант и т. д. не лучше, а хуже Аристотеля, Платона, Декарта, Лейбница.

Действительно, ни в своей диссертации, ни позже Чупров не жаловал ни Аристотеля, ни Платона и др., – ни, добавим мы, – Якоба Бернулли или Лапласа как философов. На с. 38 Некрасов добавил, что *творцы теории вероятностей* понимали понятие вероятности лучше, чем философы второй половины XIX в., которых Чупров неоднократно упоминал в этой связи. Добавим, однако, что в аксиоматической теории понятие о вероятности вводится формально.

Мысль о множественности причин и действий Чупров позаимствовал у философов (Милль 1843/1856, с. 360, 377, 400; Венн 1866/1876, с. 229 – 231), которые, однако, не вводили ни дифференциального, ни интегрального законов причинности. Сам Чупров (1909, Очерк 2) впоследствии молчаливо отказался от этих понятий, но в то время он (2.2.98, ф. 2244, 1/244) даже заявил в письме отцу, что для уяснения логического понятия вероятности ему не хватало лишь

Объединяющей мысли; внеси её и теория статистики готова, а попутно получает законченную форму и один из важнейших отделов логики. Таким объединяющим началом является моя концепция дифференциальной формы закона причинности.

Для теоретико-вероятностного обоснования статистического метода Чупрову в первую очередь следовало заняться не проблемой причинности (которую надо было понимать в терминах дискретных

случайных величин), а понятием о случайности, о закономерности случайных массовых явлений.

9.2.1. Случайность. Он (Чп – Б 16.1.97), кстати, собирался изучать [не существовавшую] *теорию случайного и её приложение к теории эволюции*, но, кажется, так и не дошёл до этого, и хотел применить логические приложения теории статистики для изучения независимости и случайности. В то время Пуанкаре ещё не опубликовал свои соображения о происхождении случайности, но Крис (1886/1927, с. 58), на которого Чупров неоднократно ссылался, уже заметил, что в азартной игре *небольшое изменение движения* (*eine kleine Variirung der Bewegung*) достаточно для того, чтобы её исход изменился. Аналогичные мысли о связи случайного (также не названной прямо) с неустойчивостью в физическом контексте ещё раньше высказал Максвелл (1859/1890, с. 295 – 296; 1873/1882, перепечатка 1884, с. 366 и 364).

Наконец, Курно (1843) возродил идею древних учёных о случайности как о пересечении независимых цепей событий. Более того, он, видимо, хотел использовать эту идею, чтобы представить теорию вероятностей как науку о случайных явлениях (§§ 41 – 48). Чупров часто ссылался и на него, но не в этой связи, и (1926/1960, с. 227) назвал Курно *истинным основоположником современной философии статистики*.

Заметим ещё, что, ссылаясь на Кнаппа (1872, с. 112 – 115), который признавал лишь существенные и несущественные причины, Чупров (D 1896, с. 15) ошибочно заявил, что деление причин на постоянные, переменные и случайные, введенное в статистику Кетле, устарело^{9.1}. Одна из статистических задач теории случайных процессов состоит в выделении *сигнала*, т. е. постоянной или переменной закономерности от шума, т. е. случайного фона, а при математической обработке наблюдений до сих пор различают систематические (постоянные ли переменные) и случайные ошибки.

9.3. Теория вероятностей. Вторую часть своего сочинения Чупров (с. iv) назвал попыткой *систематизировать теорию вероятностей на основе логического анализа вероятности*. Впрочем, он в основном изложил результаты Лапласа и Пуассона, относящиеся к предельным теоремам и ЗБЧ. Эту часть Чупров (с. 136) заключил следующим образом:

Закон больших чисел Пуассона и выведенные нами из него следствия [...] дадут нам возможность удовлетворить предъявляемые логикой к математической теории вероятностей требования обосновать принципы статистического метода изучения явлений.

Чупров нигде не указал этих следствий, и мы сомневаемся, что они были существенными.

9.3.1. Закон больших чисел. Вот мысль Чупрова (с. 88 и 89):

Многие учёные, опираясь на теорему Бернулли, пытались представить закон больших чисел чисто математической истиной [...] видели в этой теореме промежуточное звено между абстрактным понятием вероятности и конкретными явлениями,

забывая, что и теорема Бернулли о конкретных явлениях в сущности ничего не говорит, что она только позволяет для длинных рядов явлений свести все вероятности к весьма близким единице, не представляя никаких гарантий реализации этих последних вне логического закона больших чисел.

*Искать [...] в теореме Бернулли основания для закона больших чисел – всегда *petitio principii* [порочный круг].*

Неясно, почему теорема Бернулли должна была служить основанием для ЗБЧ, она сама является этим законом (в простейшей форме). И где был Некрасов, который должен был умерить этот юношеский пыл? Гарантия, которую хотел бы иметь Чупров, была найдена в начале XX в., но не в логике, а в математике, в виде усиленного закона больших чисел. Разъясняя это понятие уже после смерти Чупрова, Хинчин (1928, с. 124 – 125) указал, что *истинной базой статистических применений закона больших чисел является его усиленная, а не обычная концепция*. См. также § 10.3.

Выше, в своём рассуждении Чупров противопоставил логику и математику. Он (с. 79) странно высказался и по поводу классического мемуара Чебышева (1867). Подход Чебышева, заявил он,

Весьма интересен и остроумен, но искусственен; окончательная формула [...] малоприспособна для приложений. Наиболее удачный вывод дан Пуассоном.

И снова: где же был Некрасов? Чебышев не назвал ни одной из своих формул окончательной, по существу же он вывел неравенство (Бьенеме –) Чебышева. Чупров не обратил внимания на него, которое весьма интересно в теоретическом отношении, но которое, правда, Чебышев выписал не совсем в явном виде. Всё же в конце жизни Чупров (Чп – Чт 19.3.23, 24/14) заметил, что

Последнее время идёт живая работа около чебышевского неравенства. Его обобщают в разных направлениях. [...] Попытки же поднять предел в неравенстве бьёт [...] мимо той точки, в какую нацелен Чебышев. Разочарование Пирсона (1919b, с. 289), что предел так невысок, прямо смешно.

Авторов, обобщавших неравенство Чебышева, Чупров (1924b/1960, с. 190) упомянул чуть позже.

Борткевич (1917) весьма критически оценил некоторые высказывания Маркова и пренебрежительно отозвался о неравенстве Бьенеме – Чебышева, но нам достаточно сослаться на соответствующее мнение Чупрова (Чп – Чт 11.11.22, 24/13):

Мне очень не по душе весь тон раздражённо придирчивый. Критика Борткевича по большей части справедлива, но многие из его выпадов по существу ни к чему не нужны, все без надобности зло заострены, а некоторые и несправедливы. Перебранка с Марковым, с Пирсоном местами выходит за пределы, а желание развенчать Чебышева даже смешновато. Но очень много в книге и интересного.

Чупров и в другом месте своей диссертации заявил, что ЗБЧ относится не к математике, а к философии или логике. Действительно, он (с. 25) объявил этот закон *промежуточным звеном между дифференциальной и интегральной формами закона причинности* (см. § 9.2) и добавил (с. 27), что

Некоторые писатели считают закон больших чисел алгебраической теоремой, полагают, что он может быть доказан при помощи чисто математических соображений. Этот взгляд принимают многие математики [включая Чебышева!]. Во второй части [...] мы покажем, что невозможно получить закон больших чисел без помощи логического анализа, что, следовательно, нельзя признавать его принципом математическим.

И вот разумное (но недостаточное) замечание Некрасова:

А вне математического выражения не остаётся никакого научного закона. Остаётся лишь бессодержательный, формальный термин, не имеющий цены для истинного натуралиста, биолога и социолога^{9.2}.

Представляется, что впоследствии Борткевич (Б – Чп 3/15.11.96) не заметил утверждения Чупрова:

Вопрос о том, требует ли зак. бб. чч. особого доказательства, для меня и теперь, как во время писания [...] (1894 – 1896, части 1-й) остаётся открытым. Вы, по-видимому, судя по неск. местам Вашей диссертации, – я начал читать 2-ю часть, – считаете, что доказательство необходимо.

В указанном месте рассуждение Борткевича о ЗБЧ сложно и запутанно, и если Чупров (D1896, с. 176) заявил, что его старший коллега дал *наилучший комментарий* к ЗБЧ Пуассона, то это, пожалуй, означало, что Борткевич всё-таки вскрыл методологические недостатки в сочинении французского учёного. Чупров (1909) не повторил своего заявления, а много позже указал (Чп – С 3.8.25, 24/20), что находит обзор ЗБЧ Слуцкого (1925а), в котором тот, вопреки Борткевичу, весьма положительно отозвался о Пуассоне, *превосходным*.

В 1896 г. Борткевич беседовал с Марковым о ЗБЧ. Вначале он (Б – Чп 22.10.96) указал, что Марков обосновал какой-то его, Борткевича, приём суммирования, а чуть позже, 3.11, сообщил:

Удивительно, что, напр., Марков [...] считает теор. Пуассона недоказанной. Когда же я ему объяснил, как следует понимать выражение Пуассона переменные шансы, то он, в условной форме, конечно (т. е., если, дескать, я не вру), заметил, что в таком случае теорема Пуассона ничем не отличается от т. Я. Бернулли.

Борткевич не отметил, что Пуассон, как это теперь известно, представлял себе ЗБЧ чересчур общо. Чупров (1909/1959, с. 170, прим. 3) указал, что Марков (1900/1908, § 15) понимал ЗБЧ более

ограничительно. Свою точку зрения Марков (1914b/1977, с. 175) изложил и позже.

Во второй части диссертации Чупрова имеется лишь одно место, которое можно связать с его утверждением, приведенным выше. Именно, выводя одну формулу Пуассона, он (с. 92) заявил:

Этот вывод предполагает доказанным закон больших чисел – иначе нельзя знать, что n – величина весьма малая.

Чупров имел в виду формулу Пуассона (1837, с. 205)

$$P \approx e^{-\omega}(1 + \omega + \omega^2/2! + \dots + \omega^n/n!),$$

где $n = \mu - t$, $\mu(1 - p) = \mu q = \omega$, для появления события, имеющего вероятность $p \approx 1$, не менее t раз в μ испытаниях. Малость n означала, что маловероятные события происходят редко, но Чупров не заметил, что Пуассон доказал ЗБЧ раньше, т. е. что он, Чупров, ломился в открытую дверь.

Чупров так и не сказал, что именно он понимает под ЗБЧ; впрочем, он (с. 98) назвал формулу теоремы Муавра – Лапласа с поправочным членом *первой частью цикла предложений, которая носит у Пуассона название закона больших чисел*. Эта формула (простейший вариант центральной предельной теоремы) действительно имеется у Пуассона (с. 253), который, однако, не связывал её с ЗБЧ.

9.3.2. Вероятность события в единичном испытании. Чупров (с. 45) утверждал, что

Если в конкретных явлениях вероятности получают выражение лишь через посредство закона больших чисел, [...] то [...] отнесение вероятности к единичному конкретному явлению теряет смысл.

Чупров (1909/1959, с. 173) и впоследствии отрицал вероятность единичного явления, против чего резко возразил Марков (E1911/1977, с. 161 и 162), который обосновал свою точку зрения запросами практических приложений. По существу теория вероятностей изучает закономерности случайного, в частности – исходит из вероятности *случайного* события, которая существует по определению^{9.3}.

Заметим ещё мнение Романовского (1912, с. 18), которое, видимо, показывает, что рассматриваемый вопрос был в то время злободневным:

Если с понятием о вероятности появиться некоторому событию в отдельном испытании не связано никакого реального смысла, то он не может явиться и в теореме Бернулли.

9.3.3. Бейесовский подход. Чупров (конверт № 13, 10/11, записка без даты) записал для себя:

Для выяснения, что вер., имея хоть и неизв., но вполне определённую величину (ср. Исч. вер., с. 125 прим.) не имеет в то же время никакого

отношения к конкретному единичному случаю, удобен пример стр. 202 – 204^{9.4}.

Указанные ссылки относятся к руководству Марков (1900/1908), соответствующие страницы издания 1924 г. – 200 и 302 – 304, и пример Маркова относился к применению так называемой формулы Бейеса. Очередное после 1908 г. издание книги вышло в 1913 г., так что, видимо, свою записку Чупров написал в период 1908 – 1913 гг.

Описывая эту теорему, Чупров (D 1896, с. 71 – 74) заявил, что Бейес *видел в вероятности лишь регулятор субъективной уверенности* и что *логический характер введенной им теоремы мало интересовал его*.

Самого Бейеса Чупров, видимо, не читал, цитировал его по Крису (1886) и ссылался на Курно (1843), и не знал, что никакой *теоремы Бейеса* у английского учёного не было, см. также ниже. Главное, однако, в том, что Бейес посчитал неизвестную вероятность некоторого события случайной величиной, что послужило причиной многолетних споров в начале XX в., и что утверждение чупровской записки (см. выше) было неосновательным. Вот чуть более позднее мнение Чупрова (Чп – Б 5 – 10.3.98):

Теорема Байе^{9.5} действительно может и должна ошеломлять человека, проскочившего без анализа через начальные понятия; её, так сказать, психологическая ценность для философии вероятного очень велика, равно как и её методологическое значение, но в формальной логике вероятного [...] её роль из очень и очень второразрядных и на почве ясной конструкции понятия вероятность выясняется в двух словах^{9.6}.

Наши собственные *два слова* см. чуть выше. К мемуару Бейеса относится знаменитая задача Прайса – Лапласа о вероятности очередного восхода Солнца, и Чупров (D 1896, с. 214) заметил, что если некоторое совершенно неизученное явление наблюдалось много раз подряд, то вероятность его появления в следующий раз относится к неизменности соответствующих причин.

9.3.4. Субъективная вероятность. Споры о *теореме Бейеса* были вызваны и тем, что её применение затруднялось незнанием априорной вероятности изучаемого события и, соответственно, приводило к введению субъективных вероятностей и даже к негодным попыткам исходить из незнания. Чупров (D 1896, с. 3) заметил, что, по Буняковскому, теория вероятностей точно оценивает даже то, *о чём мы и гадать не смеем*. Некрасов (там же, заметка на полях) возразил: *По общему смыслу книги Буняковского, он, как и Давидов, думает одинаково с Лапласом^{9.7}.*

Чупров верно передал утверждение Буняковского (1846, с. I), который, однако на деле нигде не оценивал неизвестное, а в дальнейшем изложении (с. 364) по существу отказался от своей мысли. Далее, Лаплас полагал, что вероятность обусловлена частично неведением, а частично знанием, но его фундаментальные результаты в астрономии говорят сами за себя. Давидов (1854, с. 41) заявил, что субъективные вероятности не имеют научного значения, а в

дальнейших изданиях своих лекций (1883; 1885) он не обсуждал этого вопроса.

Чупров признавал только объективную вероятность. На полях своего экземпляра статьи Борткевича (1894 – 1896/1968, с. 74), в том месте, где автор заметил, что объективная и субъективная вероятности равнозначны, Чупров написал: *Разница всё же есть и немалая*. Там же, на с. 63 он указал, что от субъективной точки зрения следовало бы отказаться. Наконец, критикуя одно сочинение, Чупров (Чп – Б 5 – 10.3.98) заявил:

Категория объективности – той объективности, которая рисуется человеку, никогда над философскими проблемами не задумывавшимся, – в том или ином виде [...] да войдёт в любую философскую систему. И об этой именно объективности говорят Пуассон, Курно и т. д.; её не признают за вероятностью [за вероятность] их противники.

Мнение Чупрова было слишком категоричным. Субъективные вероятности используются при затруднениях с количественным выражением вероятности и на них же часто основываются игроки, завышая ожидания крупных выигрышей. См. также De Finetti (1978, с. 745 – 748).

9.4. Статистика и статистический метод. В третьей части своей диссертации Чупров рассуждал о значимости причин и в этой связи ссылался на Косинского (1890), который соотносил статистику с теорией вероятностей, но делал особый упор на логику. Мы бы сказали, что Чупров посвятил эту часть своего сочинения оценке значимости расхождений между статистическими данными. Он вполне мог бы сослаться на Пуассона (Шейнин 1978, § 5.2), результаты которого очень ценил, но только по отношению к ЗБЧ.

Отмечая, что статистические параметры зависят от многих факторов и что разбить данные на соответствующие группы невозможно, Чупров (с. 207) заявил:

Поэтому мы и почитаем основателем современной методологии статистики Пуассона, выработавшего приёмы изучения отношений, характеризующих среднюю вероятность; поэтому мы и признаём краеугольным камнем теории статистики закон больших чисел Пуассона.

Вывод Чупрова сомнителен: раз нет возможности разумного выделения групп, то нет и соответствующих вероятностей. Кроме того, статистические выводы приходится делать на основе небольшого числа наблюдений, когда ЗБЧ не помогает.

Статистический метод Чупров (D 1896, с. 151, ii и 254) определил отдельно от статистики:

Совокупности приёмов (индуктивного) аналитического исследования вероятной причинной связи мы даём название статистического метода [...] статистический метод изучает

доступные более или менее точной численной характеристике массовые явления.

Статистика изучает массовые явления, становится частью логики и *господство сохраняет лишь над теорией вероятностей.*
[Теоретическая] статистика это *искусство точно определять меру [...] незнания.*

Вероятностная логика относится в первую очередь к логике, но вот малоизвестное высказывание Колмогорова (1948b, с. 216), подтверждающее одно из утверждений Чупрова:

Если считать [...] математическую статистику наукой о математических методах изучения массовых явлений, то теория вероятностей должна считаться её органической частью.

Приходится добавить, что Колмогоров не возвращался к этой мысли. Второе чупровское определение статистики явно принижало её значение; ему следовало и здесь вспомнить о массовых явлениях.

Мы заключаем, что Некрасов утвердил, притом с высокой оценкой, сочинение новичка, чье знание теории вероятностей и статистики было поверхностным, а сомнение безмерно.

10. Статистика

Мысли о статистике, о её связях с теорией вероятностей и соотношении со статистическим методом Чупров высказывал и позднее. Соответственно, мы возвращаемся к этой теме и дополнительно рассматриваем идеи Чупрова о проникновении статистики в естествознание.

10.1. Статистика и теория вероятностей. Элементы теории вероятностей применялись в статистике уже в XVII веке. В своём обзоре этой темы, забыв, правда, о Данииле Бернулли и его современниках, Борткевич (1904) справедливо упомянул Лапласа и позднейших учёных включая Лексиса (см. ниже и § 14.1). Кетле (Шейнин 1986, § 5.1) неоднократно заявлял о необходимости применять в статистике математические методы вообще и теорию вероятностей в особенности и цитировал письма, полученные им по этому поводу от Фурье и Пуассона. Но сочинения самого Кетле содержали лишь самые скромные элементы теории вероятностей; впрочем, частично это объясняется тем, что статистические данные были в то время ненадёжны и никаких утонченных методов их обработки не требовалось.

Чупров (1905с/1960, с. 43; 1906е/1960, с. 91) слишком высоко оценил заслуги Кетле в создании социальной физики (рыхлой и ныне забытой дисциплины о развитии человека и общества, см. Шейнин (1986, с. 296)). Он заявил, что Кетле и кетлетизму были свойственны безотчётная вера в вероятность (т. е. в неразрывную связь теории вероятностей и статистики) и что при разгроме кетлетизма из корыта выплеснули и ребёнка. *Усмотрев корень зла в злоупотреблении теорией вероятностей, отрывают статистику от вероятности вовсе*^{10.1}, написал он отцу (2.2.98, ф. 2244, 1/244).

Кетле ввёл единую для всех склонность к преступлению, но после его смерти существование подобных склонностей или вероятностей стали с возмущением отрицать, исходя из моральных соображений (Чупров 1909/1959, с. 23; Шейнин 1986, с. 304 – 305). И Чупров заканчивает своё письмо:

Новая работа Борткевича наносит отрицателям теории вероятностей^{10.2} *последний удар. [...] Исследование Борт. [...] с новой силой ставит вопрос, что это за связь [между теорией вероятностей и статистикой]?*

Чупров, видимо, сослался на рукопись книги Борткевича (1898) и мог бы ещё сослаться на его же статью (1894 – 1896). В письме Борткевичу 17.11.96 Чупров снова заявил, что указанная книга доказала необходимость связи теории вероятностей со статистикой и выразил надежду, что теперь большее число математиков обратится к статистике. Вот его слова: ЗМЧ

закрывает вопрос о соответствии схем теории вероятностей и статистики и с новой силой ставит вопрос о теоретической обосновке права на приложение теории вероятностей к статистике.

Напомним (§7.3.2-4), что в 1897 г. Чупров указал, что статистика требует специалистов *в значительной мере* подготовленных математически. И он (как и Борткевич) плодотворно участвовал в развитии математической теории устойчивости статистических рядов (§ 14). Позже он (1905с/1960, с. 66) упомянул *великую заслугу* Лексиса, который положил начало этой теории и тем самым *обосновал необходимость приложения исчисления вероятностей при изучении статистических данных и создал с этой целью точные методы*, см. также с. 90. И всё же в трудах Чупрова несколько удивляет отсутствие указаний на то, что теория вероятностей применима к статистике, поскольку она изучает закономерность случайного, ср. § 9.2.1.

10.2. Закон больших чисел. В фонде Чупровых (21/3) хранится тетрадь с *протоколами заседаний* Борткевича и Чупрова 12 – 14/24 – 26.12.96. Именно так они назвали свои беседы, а через полгода сформулировали в этой же тетради пять пунктов *Свода мнений* и даже подписали каждый из них, меняя порядок подписей от пункта к пункту. В частности, они обсуждали диссертацию Чупрова (D1896) и уделили большое внимание общепhilosophической проблеме причинности, которую мы оставляем в стороне. Вот выписка из их *протоколов*.

Обсуждается вопрос о том, может ли быть случай вероятной связи сведен к множественности действий и причин, как думает Ч. Намечаются след. вопросы [ср. § 9.3.4].

1. *О субъективном и объективном характере вероятности. [...]*
3. *О логическом значении закона больших чисел и о возможности нематематического доказательства его.*
4. *О разграничении между общими и случайными причинами. [...]*
6. *О толковании статистических правильностей.*

Мы не знаем, что именно утверждали Борткевич и Чупров о характере вероятности и можем лишь привести последнее мнение последнего (B1925с, с. 176/2009а, с. 188): в приложениях *вопрос о субъективном или объективном характере вероятности получает первостепенное значение*. Вот интересующее нас место из *Свода мнений*:

В весьма длинном ряду событий, характеризуемом некоторыми общими условиями, все возможные при этих условиях явления повторяются в числах раз, приблизительно пропорциональных [повторяются приблизительно пропорционально] их возможностям^{10.3}. Вывод [...] может быть облечен в след. форму. 1) События, возможность которых очень мала, происходят крайне редко. 2) Возможность, чтобы в длинном ряду испытаний возможные явления повторялись в числах раз, значительно отклоняющихся от пропорциональности соответств. возможностям, очень мала. Ergo, 3) Крайне редко случается, чтобы в длинных рядах испытаний явления повторялись не в числах раз, приблизительно пропорц. их возможностям.

Предложение 1) выводится из основных понятий (Курно), предложение 2) представляет из себя ein Theorem der Kombinationslehre [теорему комбинаторного исчисления] (Крис),

предложение 3) может быть получено из 2), с которым нередко его ошибочно отождествляли, лишь через присоединение 1) и поэтому не может быть почитаемо чисто математической теоремой. По мнению Ч. предложение 3) может быть выведено из основных понятий без посредства математических выкладок тем же путём, что и предложение 1); Б. относится к этим мечтам весьма скептически.

К предложениям 1) – 3) Чупров неоднократно возвращался. В двух сочинениях он (1905с/1960, с. 60; 1909/1959, с. 167) сослался по этому поводу на Курно (1843, § 43), который ввёл понятие о физической невозможности события, но ничего строго не доказал. К тому же мысль о нравственно невозможном встречалась уже у Якоба Бернулли^{10.4}. В тех же сочинениях (там же) Чупров наметил *логические*, не совсем строгие по его же признанию, методы вывода ЗБЧ. Первый метод (1909/1959, с. 165 – 166) заключался просто в рассмотрении воображаемого опыта, в соответствии с которым частота появления случайного события при испытаниях по схеме Бернулли была примерно равна его вероятности (Косинский 1890, с. 9 – 10). Второй метод как раз и заключался в доказательстве указанных трех предложений по Курно, но строгим опять-таки не был. Позже Чупров (1914/1977, с. 182) просто заявил, что крайняя редкость маловероятных событий есть *основной принцип логики вероятного*.

Наконец, Чупров (1909/1959, с. 170, прим. 3) добавил, что под ЗБЧ статистики обычно понимают *общий логический принцип, покрывающий собой и теорему Бернулли, и теоремы Пуассона* и что этот закон в зависимости от его различных толкований включает либо математические теоремы, либо эмпирические соотношения (1924b, с. 189, прим. 30).

Романовский (1912, с. 22) занял здесь естественнонаучную, а не математическую позицию:

В самом начале исчисления вероятностей должен иметь место закон, на котором покоится вся приложимость этого исчисления к действительности. Этот закон по всей справедливости можно назвать законом больших чисел. Он не зависит ни от теоремы Бернулли, ни от теоремы Пуассона и служит им основанием. Он гласит: Если испытание, в котором может появиться некоторое событие, имеющее вероятность p , повторяется n раз, притом число n достаточно велико, то это событие должно появиться приблизительно np раз.

Позднее он (1924, 1-я часть, с. 15) предложил расплывчатое определение ЗБЧ:

Всего лучше было бы [...] оставить название закона больших чисел как общего названия для многих теорем исчисления вероятностей, в которых существенную роль играет большое число тех или иных условий или испытаний...

Мы обязаны привести и мнение Маркова (1900/1913, с. 70 прим. и с. 75 – 76; 1924, pp. 98 – 100): ЗБЧ есть утверждение вида

$$\lim P\left[\left|\frac{\xi+\eta+\dots}{n} - \frac{E\xi + E\eta+\dots}{n}\right| < \varepsilon\right] = 1, n \rightarrow \infty.$$

Здесь ξ, η, \dots – случайные величины, а n – их число.

10.3. Усиленный закон больших чисел. Чупров ни разу на него не сослался (ср. § 9.3.1), хотя Слуцкий (1925а, с. 26), правда не называя его, несколько раз упомянул соответствующие работы Кантелли и указал, что на одну из них его внимание обратил Чупров.

И Чупров (видимо, до конца жизни), и Слуцкий (в то время) пессимистически отзывались о логической трудности сравнения частоты и вероятности. Так, Чупров (Чп – Чт 9.7.23, 24/14) заявил, что он, как и Четвериков, не видел в 1909 г. и не видит *возможности перекинуть формально-логический мост через трещину, отделяющую частоту от вероятности*. Сказав, далее, несколько слов о точке зрения Мизеса на основы теории вероятностей, он продолжал:

Меня этот уклон совершенно не удовлетворяет. Кое-что этим достигается в смысле расчистки поля обсуждений и размышлений, [...] но той центральной проблемы, которая нас как теоретиков статистики [...] интересует, эти построения не продвигают [...] ни на шаг.

Аналогичную мысль о логической трудности перехода от вероятности к частоте Чупров (1924b/1960, с. 166) высказал и в печати. В свою очередь, Слуцкий (1925b/1960, с. 34) назвал вывод вероятности из частоты *с помощью обычного понятия предела порочным и неосуществимым* и заявил, что между стохастическим и этим обычным понятием *лежит целая логическая пропасть*. В то же время он (1925а, с. 2) указал, что при определённых условиях *чрезвычайно просто может быть доказана [...] теорема [...], что стохастический предел функции равен функции стохастического предела*. Он упомянул Кантелли, снова со ссылкой на Чупрова.

10.4. Статистика и статистический метод. В письме отцу 23.2.97 (ф. 2244, 1/244) Чупров сообщал:

Весь этот семестр ушёл почти исключительно на статистику. [...] Поопределились взгляды [...] по вопросам науки: представление о массовых явлениях общественной жизни стало гораздо точней и богаче содержанием.

Позже он (1903/1960, с. 34) назвал статистический метод совокупностью приёмов исследования причинных соотношений при множественности причин и следствий (или, в его терминологии, – при наличии свободных связей). Статистика же, по его мнению (с. 34 – 35), была самостоятельной описательной наукой, отчасти, как теория приёмов исследования, образующая *особую главу логики* и включающая в себя изучение свободных причинных связей, т. е. статистический метод. В обществоведении, продолжал он,

статистические данные являются самостоятельным объектом исследования, в естествознании же (с. 41 – 42) эти данные не столь интересны^{10.5}.

Затем Чупров (1905с/1960, с. 55) повторил своё определение статистического метода и добавил (с. 89), что при наличии свободных связей он заменяет индукцию. Ещё через год Чупров (1906е/1960) заявил, что и статистика, и статистический метод изучают массовые явления (с. 135) и что (с. 126) статистика, как утверждал Д. П. Журавский (1810 – 1856), является *категорическим исчислением*, т. е. распределяет объекты по категориям и подсчитывает количество этих объектов в каждой из них^{10.6}. Здесь же (с. 100) он противопоставил статистику и статистический метод и (с. 135) указал, что второй неприменим к первой, хотя между этими понятиями и существуют связи (с. 137), а их задачи внутренне сродни (с. 141).

И вот последнее относящееся сюда сочинение (1909/1959). Чупров (с. 129 и 301), как и в 1905 г., заметил, что статистический метод дополняет метод индукции и на с. 98 сослался по этому поводу на Рюмелина (1863 – 1864/1875, с. 267). Кроме того, начиная со второго издания, *Очерки* предваряются предисловием, названным *Основные вопросы теории массовых явлений*, что, видимо, разъясняет окончательное, хотя и косвенное чупровское определение статистики.

В основном тексте Чупров ещё раз неявно определил термин *статистика*, утверждая, что категорическое исчисление есть форма идиографического определения действительности (с. 130), статистическим же методом он (там же) назвал номографические исследования, имеющие целью раскрытие законов природы (с. 129). Тем самым он вновь, как в 1906 г., противопоставил статистику и статистический метод и примерно то же повторил на с. 301. Впрочем, в явном противоречии со с. 30 и 77 он тут ограничил сферу действия статистики обществоведением.

Понятия о номографии (наука о закономерностях, естествознание) и идиографии (наука о единичных фактах, история общества) ввели философы В. Виндельбанд и Г. Риккерт. Они оставили след в истории философии, однако ни статистики (Джини 1962/1973), ни философы теории вероятностей (Сарнар 1951) их не вспоминают. Сам Чупров был здесь не вполне последователен, поскольку назвал указанное противопоставление *окончательно отжившим* (1909/1959, с. 75). Он, правда, видел заслугу Виндельбанда и Риккерта в том, что они признали идиографию равноправной номографии. Более того, Чупров (с. 10) заявил, что философия представляет *третье* (после теории Лексиса и биометрической школы) *течение в современной науке, вносящее оживление в теоретическую статистику*^{10.7}. И далее:

Построения немецких философов, освобождая мысль от гипноза традиционных шаблонов, вызывают представителей специального знания на участие в пересмотре общей теории науки.

Обескураживающее заявление! Наконец, Чупров (с. 11) назвал свои *Очерки* началом попытки сомкнуть все эти течения в одно целое. Виндельбанд и Риккерт были неокантианцами, Чупров же (1922b, с. 154) объявил себя *закоренелым позитивистом*. Мы согласны с

Дружининым (Е1963, с. 268) в том, что Чупрову так и не удалось определения статистики и статистического метода и нам трудно признать, что на своих лекциях Чупров *крепко спаял* логику, философию и теорию вероятностей с теорией статистики (Карпенко Е1928, с. 340).

10.5. Статистика и естествознание. На протяжении многих лет Чупров поддерживал научный контакт с А. Ф. Иоффе, который преподавал в ППИ с 1906 по 1948 г. (профессор с 1913 г.). В частности, он (Ч – Б 14.9.13) просмотрел магистерскую диссертацию Иоффе *Элементарный фотоэлектрический эффект. Магнитное поле катодных лучей* (Соминский 1964, с. 628). Он (Чп – Чт 20.4.25, 24/16) также просил Четверикова дать Иоффе и ещё нескольким физикам отписки своей статьи (1924b), а в начале 1926 г. Четвериков (24/16) послал Чупрову на утверждение список лиц включая Иоффе, которым следовало раздать экземпляры книги (1925d/1926).

10.5.1. Доклад о законе больших чисел. Вряд ли Чупров вынес многое из диссертации Иоффе, но во всяком случае он всерьёз изучал историю проникновения ЗБЧ (точнее, статистического метода) в естествознание. Первые указания на этот счёт содержались в его письме Маркову 1913 г. (§ 8.1, № 60а). Чуть раньше Борткевич (Б – Чп 23.9.13) рекомендовал Чупрову соответствующую литературу по статистической механике и вскоре Чупров (17.11.13) пишет своему другу:

Я всё это время занят в связи с законом больших чисел физикой, радиоактивностью, наследственностью и т. д. Переглядываю и передумываю с логически-формальной точки зрения всё это с громадным интересом. Тянуло бы заняться большой работой на тему: история завоевания статистической точкой зрения отдельных дисциплин. Чрезвычайно было бы своевременно написать сейчас такого рода историю статистики – могло бы дать сильный толчок в разных направлениях. Но, чтобы сделать сколько-нибудь чисто, необходимо непомерное количество кропотливой подготовительной работы. Так [...] и ограничусь речью [о юбилее ЗБЧ] в академии^{10.8}.

Знаменательно, что уже тогда, в 1913 г., Марков (Ондар Е1977, Письмо № 55) хорошо понимал, что *Из представителей статистики, хотя бы и не входящих в состав Академии* (добавим: включая и входящих в неё), в организации юбилея ему сможет помочь в первую очередь только Чупров.

Черновые материалы Чупрова (10/5) к его юбилейному докладу (1914) содержат выписки из работ Больцмана (впрочем, явно не из всех, требовавшихся ему), Пуанкаре, Планка, Резерфорда, Смолуховского и Эйнштейна. Среди этих работ было большое число статей, в то время только лишь опубликованных, а из учёных первого ранга Чупров пропустил, кажется, только Максвелла.

В самом докладе Чупров упомянул этих корифеев (за исключением Больцмана^{10.9}), а также Максвелла и некоторых других учёных, например, Каптейна, хотя и не сказал ничего о выборочном исследовании характеристик слабых звёзд, которое проводится до настоящего времени по инициативе последнего (1906). Историю

проникновения статистического метода в астрономию Чупров вообще описал явно неполно, и трудно объяснить отсутствие в докладе ссылок на Дарвина, работы которого и привели к возникновению английской биометрической школы. Заметим, что, комментируя знаменитое изречение Лапласа о принципиальной возможности познать движение светил и атомов, Чупров (с. 178) назвал его *исповеданием веры в закономерность Сущего, веры, которой мы обязаны всеми успехами нашего знания.*

За несколько лет до этого Чупров (1909/1959, с. 9 и 21) всё-таки упомянул Дарвина, и вряд ли его точка зрения изменилась:

На родине Дарвина, в кругу биологов, продолжающих разработку учения об эволюции, назревает убеждение в необходимости массовых наблюдений.

Вопросы, поднятые дарвиновской гипотезой, носят чисто статистический характер и статистический метод является единственным способом дать этой гипотезе опытную проверку.

[The questions raised by the Darwinian hypothesis are purely statistical, and the statistical method is the only one by which that hypothesis can be experimentally checked.]

Второе высказывание было цитатой из неназванного сочинения Уэлдона, сооснователя биометрии (Weldon 1895, с. 381). *Опытную проверку* можно понять лишь в каком-то общем смысле. Чупров мог бы сослаться также на обе редакционные статьи в первом номере *Биометрики* (1901 – 1902, с. 1 – 6). Редакторами были Уэлдон, Пирсон и Давенпорт.

В своём докладе Чупров указал, что климат есть система средних величин, характеризующих погоду, т. е. статистическое понятие. Он мог бы добавить, что Гумбольдт, введя изотермы (также статистическое понятие), отделил климатологию от метеорологии, но странным образом не определил климата, хотя заявлял, что изучение всех естественных явлений обусловлено отысканием соответствующих средних значений или состояний (Шейнин 1984, § 4.1). Наконец, Чупров заметил, что в ряде отраслей естествознания (в частности в биологии) приходится прибегать к выборочному методу.

Позднее Чупров (1922e) опубликовал свою речь в переработанном виде, уделив несколько больше внимания биологии и упомянув сооснователя генетики В. Л. Иогансена, выписки из сочинения 1913 г. которого сохранились в фонде Чупровых (10/2). Вот соответствующее пояснение Чупрова (Чп – Чт 26.5.21, 24/12):

За эти годы понаметилось немало любопытного [в приложении статистического метода в естествознании]. Особенно существенным представляется оживление интереса к проблеме связанных испытаний, намечающееся и в биологии (на почве менделизма), и всего ярче в физике, где Смолуховский перед смертью сосредоточил внимание как раз на разработке связанных с ней вопросов.

Впервые Чупров заявил о необходимости применять выборочный метод в биологии (и о его фактическом применении в этой науке) ещё

раньше (1912a/1960, с. 269). Впрочем, в наброске, составленном не раньше, чем в 1906 г. и озаглавленном *Выборочное исследование в метеорологии*, Чупров (10/1) заметил, что *карта распределения* [того или иного метеорологического элемента] *опирается на единичные наблюдения*.

Другая статья Чупрова (1922b) посвящена *индетерминизму*, т. е. той форме детерминизма, которая имеет место в физических процессах и которую мы бы назвали статистической. Он обращал внимание на индетерминизм в физике и общественной жизни и, говоря о биологии, назвал мысль о закреплении случайных отклонений от *закономерного* бездоказательной, но заманчивой. Термин *статистический индетерминизм* Чупров (1914/1977, с. 196) применил и там, и позже (1922/1996, с. 50).

10.6. Замечание о терминологии. В § 10.4 мы цитировали Чупрова в связи с понятием о теоретической статистике. Этот термин он применял неоднократно и в то время, видимо, скверно воспринимал *математическую статистику*; по крайней мере в 1917 г. он (§ 15.2) один раз написал это выражение в кавычках. Колмогоров и Прохоров (1974) дали определения математической статистики и статистического метода (Прим. 10.6), но не теоретической статистики. Более того, Колмогоров (1954) отрицал существование

универсальной общей теории статистики, по существу сводящейся к математической статистике и к некоторым техническим приемам собирания и обработки статистических данных.

Соответственно, математическая статистика не должна считаться частью этой теории. Ссылок на это мнение мы не видели, и оно вовсе не является общепринятым. Скажем чётко: *эти технические приёмы* являются общенаучными и составляют *предварительное исследование данных*, включение которого в теоретическую статистику и отличает её от математической статистики. И добавим: во-первых, позднейшее определение Колмогорова и Прохорова (Прим. 10.6) тем не менее косвенно включает это исследование; во-вторых, более новое определение математической статистики (там же) по существу ничего не изменило.

11. Демография

По утверждению Новосельского (Е1928), Чупров был *глубоким знатоком демографической статистики* и принимал участие как инициатор, редактор, рецензент или советчик во всех более или менее значительных демографических работах в России *за последние 20 лет* (с. 327). Он (с. 332) добавил, что смерть Чупрова вызвала *чувство известной растерянности и осиротелости у русских демографов*.

11.1. Переписи населения. Чупров принимал и непосредственное участие в городских переписях. В 1900 г. он (4/9) написал пояснительную записку *кандидатам в счётчики*, в которой мы находим фразу (с. 3): *7 дек. соберёмся [...] на вторичную беседу*. Сохранились (4/10) и заполненные кем-то *Счётные карты для наличного населения*, т. е. опросные листы переписи. Ни место, ни год переписи здесь не были указаны, но упоминались Хамовники (район Москвы) и было приложено официальное наставление по переписи населения Москвы 1912 г. Наконец, из характеристики Андерсона (§ 7.8.1), написанной Чупровым, следует, что в 1910 и, наверное, 1911 г. он участвовал в переписи населения Петербурга.

Всеобщая перепись населения России проводилась лишь однажды, в 1897 г. В 1913 г., в связи с предстоявшей (но, естественно, отменённой) переписью 1915 г., Чупров (1913b) обратил внимание общественности на недопустимые ошибки в официальных оценках населения страны. Указав на явные оплошности в подсчётах Центрального статистического комитета, он заметил, что сколько-нибудь точный учёт миграции населения невозможен и что в основном по этой причине и необходимы повторные переписи.

В 1915 г. Чупров имел случай вернуться к проблеме оценки населения России в связи с письмом В. И. Вернадского, председателя академической комиссии по исследованию естественных производительных сил России, на его имя (25.11.15, № 51, 28/12; черновик ответа Чупрова без даты, там же):

*Милостивый государь Александр Александрович
Согласно предложению Совета Общее собрание Комиссии по изучению [!] естественных производительных сил России, состоявшее 14 ноября 1915 г., постановило просить Вас не отказатьсь принять участие в работах Комиссии. Сообщая Вам об этом, прошу уведомить меня о Вашем согласии.*

*С совершенным уважением и преданностью В. Вернадский
При сём прилагаются [...] издания [...] [о] деятельности комиссии.*

Глубокоуважаемый Влад. Ив.

Задачи организованной по Вашей мысли комиссии по изучению естественных производительных сил России я считаю весьма важными [и] настоящими. Я рад содействовать всем, чем могу, успешности её трудов и [нрзб] войду в её состав, если комиссия находит, что я могу быть ей полезен. Но среди тех задач, которые жизнью выдвигаются на первую очередь, я не вижу таких, где требовалось бы содействие статистиков и экономистов. Насколько я усматриваю из полученных материалов, комиссия отклонила

предложение [академика] Д. Н. Анучина о расширении круга задач и не пожелала из комиссии для изучения естественных производительных сил России превратиться в комиссию по изучению России.

Я думаю, что в этом она для настоящего времени права. Академии не следует сейчас дробить силы и средства, не следует отвлекать их от наиболее настоятельных задач к задачам, хотя и важным, но с меньшим ущербом могущим подождать до более благоприятной поры. К числу таких менее срочных задач я отношу и вопрос о населении и его производительных силах. Академии и в этой области следовало бы со временем придти на помощь разбросанным по России работникам и сделать более продуктивным их труд, создав для него организационный центр.

Когда станет на очередь поднятый Вами вопрос о создании [академических] научных институтов, в систему их непосредственно должен быть включён также институт для статистического изучения России. Опыт в достаточной мере убеждает, что при отсутствии статистических лабораторий, обслуживаемых хотя бы и не очень многочисленным персоналом ассистентов и счётчиков, деятельная разработка накапливающегося сырого материала не может успешно вестись неопытными научными исследователями и учреждениями, собирающими и публикующими материалы. В результате и получается то прискорбное положение, в котором мы находимся ныне: материалы велики и обильны, а порядку в них нет и не извлекается из них и малой доли той пользы, которую они могли бы дать.

Некоторые задачи в этой области особо настоятельны и за них Академии следовало бы взяться независимо от решения вопроса о создании специальных институтов. Назову как наиболее яркий пример вопрос о численности населения России: цифры, которые публикуются Центральным статистическим комитетом, преувеличивают в настоящее время численность населения миллионов на пяток если не на десяток. Получить вполне надёжные цифры иначе как путём переписи, конечно, нельзя. Но ведь для промежуточных годов и при наличности данных второй переписи цифры будут устанавливаться при помощи более или менее обоснованных интерполяционных расчётов [нрзб] но всё же и сейчас установить ряды не столь фантастического характера, как вычисляемые Центр. стат. ком. Но эта работа кропотливая, связанная с большим черновым трудом и требующая ассигновок на оплату надёжных сил, на которые могло бы быть возложено выполнение всех необходимых выборов и подсчётов. Несмотря на её важность я в силу этого не считал бы сейчас возможным убедить комиссию приступить к ней немедленно. Но если бы комиссия [нрзб] я мог бы ей быть действительно полезен.

Институт для статистического изучения России так и не был создан, но во всяком случае в 1930 г. при Академии наук СССР был учреждён Демографический институт, который просуществовал до 1934 г. (*Научные* 1934, с. 659); его ликвидация вряд ли была целесообразна^{11.1}.

Заметим ещё, что Чупров сделал выписки из литературы по переписям в различных странах и в различные времена (4/9), обратив

особое внимание на практическую сторону дела (стоимость переписей, содержание опросных листов, способы проверки материалов).

Наконец, своё мнение о ненадёжности официальных данных о населении России Чупров повторил в одной статье (1917, с. 88 – 90) и в рукописи, оставшейся неопубликованной (D 1916). Она была написана в связи с предстоявшими выборами в Учредительное собрание, т. е. в 1917 г., и обращала внимание на трудность нарезки избирательных округов, примерно равных друг другу по числу избирателей. Чупров не привёл никаких практических рекомендаций, и возможно, что он так и не закончил этой рукописи.

О работе над статьей (1917b) Чупров (Ондар E1977, Письмо № 102 1917 г.) сообщил Маркову и, в частности, указал:

Наш Центральный [статистический] комитет постепенно упал до уровня невообразимо низкого. [...] Он превратился в [...] канцелярию, изготавливающую статистические отписки вместо того, чтобы выполнять статистические исследования.

11.2. Другие направления. Выделим теперь две другие темы в демографических исследованиях Чупрова: соотношение мужских и женских рождений (1916b; 1925a) и война и движение населения (1916d; 1916g; 1916h). Первая тема представляла и представляет большой интерес; впрочем, нам достаточно будет сослаться на обстоятельное исследование Четверикова (E1959) и на Новосельского (E1928, с. 328) и добавить, что во второй работе Чупров дал обзор литературы по своей теме и обратил внимание на необходимость использования идей и методов теории вероятностей. Дополнительно укажем, что две студенческие работы Четверикова, выполненные, надо думать, под руководством Чупрова, были посвящены этой же теме (§ 7.7.1). Относительно второй темы следует сказать, что ввиду очевидного недостатка статистических данных они содержали лишь предварительные, хотя и важные выводы (например, о количестве женитьб).

Уже после войны Чупров (Чп – С, 14.1.23, 24/20) совместно с Четвериковым и Коном *взялся обработать [...] статистику населения России за годы войны* и по меньшей мере проделал какую-то подготовительную работу (Чп – Чт 26.5, 19.7 и 10.9.22, 24/13). Сенета (E1985, с. 124) заметил, что указанную обработку выполнил Кон (Kohn & Meyendorff 1932). Вот что написал этот ученик Чупрова в предисловии к своей части книги:

План данного сочинения был составлен (совместно с автором) [...] А. А. Чупровым, который вначале взял обработку этой темы на себя. В дальнейшем [...] Чупров отказался от указанной работы, после чего она была предложена нижеподписавшемуся. [...] Чупров также получил из России некоторые печатные материалы, впоследствии использованные автором. Автор выражает искреннюю благодарность всем, кто первоначально помогал [...] Чупрову.

[The plan of this present work was drawn up (conjointly with the author) by the [now] deceased Professor Chuprov who primarily took upon himself the treatment of this subject. Subsequently Professor Chuprov gave up the

work, which was then offered to the undersigned. Professor Chuprov also received from Russia some printed matter that was afterward used by the author himself. The author offers his sincere gratitude to all those persons who primarily [initially] helped Professor Chuprov.]

Кон не назвал никого по имени, опасаясь, видимо, неприятностей для помогавших невозвращенцу-Чупрову.

Отметим, наконец, ещё два факта. Во-первых, Чупров оставил наброски к спецкурсу по теории измерения смертности (§ 3.1). Во-вторых, в 1896 г. Борткевич и Чупров обсуждали на своих *заседаниях* (§ 10.2) какие-то проблемы, связанные со средней продолжительностью жизни. Сохранилась соответствующая рукопись Чупрова *Mittlere Lebensdauer*, однако в ней нет тех формул, которые они упоминали.

12. Страховое дело

В письмах отцу 1901 г. Чупров (ф. 2244, 1/244) сообщил, что нашёл в литературе по страховому делу *много интересного* и что по своему характеру этот институт *с общенаучной точки зрения очень схож с кредитом* (18 окт.). Вскоре он (26 окт.) добавил, что в страховом деле

Очень скучна математическая часть, так как она и с математической точки зрения очень дубовата и однообразна – все задачи на сложные проценты, осложненные примесью вероятности, части же экономические и юридические очень заняты и я уже определенно вижу, что над ними можно не без толку поработать.

Ни в то время, ни позже Чупров не сотрудничал в страховых учреждениях и может быть поэтому его мнение оказалось частично ошибочным. Так, Крамер, получив математическое образование и непосредственно занимаясь страховым делом, впоследствии заметил (1976/1979, с. 6), что задачи, которыми он занимался в 1918 г.,

Были очень тесно связаны с теми разделами теории вероятностей, которые впоследствии заняли в ней центральное место.

[These problems, although of a special kind, were in fact closely related to parts of probability theory that would come to occupy a central position in the future development.]

Этот выдающийся учёный, как известно, и пришёл к теории вероятностей от страхового дела.

В 1904 г. (письмо отцу 22 янв., ф. 2244, 2/245) Чупров изучал *большое теоретическое исследование*, – проект пенсионной кассы для служащих московского городского самоуправления. Он, стало быть, сохранил определённый интерес к страховому делу. Далее, во всяком случае с 1910 г. он был членом Общества страховых знаний (28/3). 18 янв. 1913 г. (28/11) председатель этого общества, фамилию которого мы не смогли разобрать, сообщил Чупрову о его избрании в оргкомитет предстоявшего VIII Международного конгресса актуариев, а 11 мая того же года попросил Чупрова подготовить к Конгрессу доклад *Применение теории устойчивости статистических рядов, учения о кривых распределения и теории корреляции к страховым расчётам*^{12.1}. Из других материалов (28/11) следует, что Конгресс должен был состояться в Петербурге в 1915 г., и можно предположить, что Чупров, который, возможно, заранее согласился с указанной просьбой, не приступил к составлению доклада.

Четвериков (Е1926а, с. 319) указал, что в 1923 г. Чупров докладывал на конференции Общества актуариев в Лейпциге, см. также письмо Чп – Б 13.2.23.

В своём статистическом семинаре в ППИ Чупров исследовал статистику пожаров, опубликованную ЦСУ, и заключил, что она ненадёжна. О своём выводе он сообщил в специальной заметке (1917а), в которой также обратил внимание читателей на практические затруднения в применении в страховом деле распределения Пуассона.

Особо отметим свидетельство Андерсона (E1926/1963, с. 33). Оказывается, что *за несколько лет* до смерти Чупров уведомил его, что *почти* подготовил к печати *замечательное* (Андерсон) учебное руководство по статистике страхового дела *Lehrgang über die Versicherungsstatistik*. Можно полагать, что его рукопись пропала.

13. Выборочный метод

Общие соображения, относящиеся к ранней истории выборочного метода вообще, и конкретные результаты Чупрова кратко описаны в литературе, см. Гурьев (1921) и Сенета (E1985, с. 120 – 122). Более всего известна статья Чупрова (1912a), в которой содержатся понятия кластерного, по тогдашней русской терминологии, – гнездового (Четвериков 1919/1963, с. 231), – исследования, подвыборки и расслоенной выборки (Сенета). Подчеркнём, что в соответствии со своими общими взглядами (§ 10.1) Чупров (1912a/1960, с. 261) настаивал на необходимости оценивания точности выборочного метода.

Известно также, что Чупров (1923f, гл. 5, § 3) опубликовал формулы, из которых может быть выведено выражение для оптимального варианта расслоенной выборки, вскоре независимо (Seneta E1985, с. 122) полученное Ковалевским (1924), а затем в 1934 г. Нейманом (Zarkovich 1962/1977, с. 487). Более того: Чупров вывел соответствующую формулу Неймана (Seneta E2006).

Опишем несколько дополнительных эпизодов. 1. Чупров (4/8) оставил возможно неоконченный машинописный отзыв о какой-то инструкции по экономическим сельскохозяйственным обследованиям. По поводу выборочных исследований он заметил, что *слепой* выбор, заведомо не связанный с исследуемым явлением, трудно осуществить и что выбор *типичного*, лежащего в основе иного подхода, также затруднителен. Отзыв (9 страниц) был написан не позже 1914 г., см. Библиографию.

2. Кон (1917, с. 22 – 23) сообщил, что *в связи с настоящим исследованием*, – с проведением сельскохозяйственной переписи, – Чупров вывел формулу для дисперсии среднего выборочного при простой случайной и безвозвратной выборке. Чуть более точная формула с правильным учётом степеней свободы была известна Пирсону (1906, с. 174), а возможно и другим статистикам, но во всяком случае Чупров принимал теоретическое участие в сельскохозяйственной переписи. Сам Чупров (1926/1960, с. 233) позднее заметил: *Один из моих учеников [...] под моим наблюдением составил план разработки выборки, основанный на этих формулах* (надёжности результатов безвозвратной выборки).

3. Чупров (Чп – Чт 25.7.25, 24/16) указал:

Последнее время я [...] довольно много размышлял о [...] преимуществах нерепрезентативной выборки и пришёл тут кое к каким результатам.

Термин *репрезентативная выборка* неопределенен, поскольку различные авторы понимают его весьма неоднозначно (Kruskal et al 1981). Четвериков (1919/1963, с. 232) назвал репрезентативной выборкой ту, которую сейчас принято называть расслоенной (видимо, со случайным отбором) и мы поэтому склонны полагать, что нерепрезентативной Чупров называл простую случайную выборку. Никаких следов размышлений Чупрова мы не обнаружили, но

известно, что в 1925 г. он выступил в прениях по докладу о выборочном методе^{13.1}.

4. Чупров упоминал о применении выборочного метода в естествознании (§ 10.5.2).

14. Устойчивость статистических рядов

14.1. В. Лексис. Некритические утверждения Кетле о постоянстве числа преступлений^{14.1} привели к тому, что статистические ряды стали объектом специального изучения. Единственным автором, чьи работы в этом направлении нашли непосредственное продолжение, был Лексис (1879)^{14.2}. Он выделил несколько типов рядов по характеру поведения их уровня и предложил, как подчеркнул Четвериков (1968а, с. 40), раздельно оценивать изменяемость этого уровня (устойчивость) и колеблемость членов ряда относительно уровня, постоянного или переменного (стабильность). Впрочем, нам достаточно заметить, что в дальнейших изысканиях континентальной школы изучалась одна только стабильность, которую, по меньшей мере на русском языке всё-таки называли устойчивостью, и мы будем придерживаться этого словоупотребления. Четвериков, следует сказать, не разъяснил, какими терминами пользовался Лексис (на немецком языке) и мы полагаем, что в его утверждении не всё верно.

Пусть имеется m серий из n_i наблюдений каждая, $i = 1, 2, \dots, m$, вероятность появления события p постоянна по всем сериям и число этих появлений в серии i равно a_i . Дисперсия этих чисел, σ^2 (сам Лексис применял вероятную ошибку), может быть вычислена по двум независимым формулам (Лексис 1879, § 6)

$$\sigma_1^2 = pqn, \quad \sigma_2^2 = \frac{[vv]}{m-1}, \quad (1; 2)$$

в которых n – среднее из n_i , v_i – отклонения a_i от их среднего, $q = 1 - p$ и $[vv]$ это сумма квадратов величин v_i . Формулу (2) вывел Гаусс, но до Лексиса она применялась только в теории ошибок^{14.3}, а формула (1) содержалась в посмертно опубликованной заметке Гаусса.

Отношение

$$Q = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$$

Лексис (§ 11) назвал *коэффициентом дисперсии* и предложил оценивать ей колеблемость (устойчивость) ряда. Случай $Q = 1$ (*нормальная дисперсия*) он соотнёс с наибольшей устойчивостью; точнее, ввиду неизбежных погрешностей в выборочной статистике (2), он определил нормальную дисперсию значениями $Q \approx 1$. Далее, он назвал дисперсию сверхнормальной, а устойчивость – поднормальной, когда к колебаниям членов ряда добавляются колебания вероятности p между сериями, так что $Q > 1$. Наконец, случай $Q < 1$ (поднормальная дисперсия, сверхнормальная устойчивость), возможный лишь в *связных* (*gebundene*) рядах, Лексис не рассматривал. В первых двух случаях он полагал члены ряда взаимно независимыми.

Идеи Лексиса (Четвериков 1968а, с. 40)

Не только легли в основу теоретических построений континентальной школы, [...], но, возникнув частью независимо от

Лексиса на английской почве, привели к созданию и дисперсионного анализа, и корреляционного отношения, и метода χ^2 и др.

Подробнее об этом см. Бауер (1955).

14.2. В. И. Борткевич. Он сам (Б – Чп 7.5.08) перечислил полученные им результаты:

Я пошёл дальше Лексиса в том смысле, что [...] имел смелость вычислять Q и при малых Ereigniszahlen [при малом числе появления события], а в статье [...] (1906) я [...] вычисляю Q и при малых числах испытаний. [...] Я лично больше придаю значения 1) тому, что я вывел точную формулу (и притом вполне строго) для Q ; 2) тому, что указал, как следует поступать, если числа наблюдений [в отдельных сериях] различны и 3) тому, что вывел среднюю ошибку для Q и ср. от этой средней ошибки.

Самым важным можно считать исследование EQ и Чупров, см. Ондар (E1977, Письма №№ 51 и 87 1912 и 1916 гг.) и Чупров (1918 – 1919/1968, с. 177), неоднократно указывал на эту заслугу Борткевича. В Письме № 51 (см. исправление в § 8.2.2-2) он писал:

Что касается работы Борткевича в области ошибок [в изучении ошибок], то здесь объективно вполне нова постановка вопроса применительно к колебаниям Q .

Отмечая, что некоторые формулы Борткевича нестроги или не обоснованы, Чупров (1918 – 1919/1968, с. 160, 174 и 177); Ондар (E1977, Письма №№ 34 и 87 1910 и 1916 гг.), также №№ 46а, 84а и 91а в нашем § 8.1, тем не менее признал за Борткевичем

особые заслуги в деле строительства начатого Лексисом здания, а именно существенное усовершенствование математического аппарата и важное обобщение в постановке самой проблемы

(1918 – 1919/1968, с. 139), ср. утверждение самого Борткевича под номером 2. Ещё раньше, в 1916 г., Марков (Ондар E1977, Письмо № 77 1916 г.) указал, что исследования Борткевича о коэффициенте дисперсии *хотя и не вполне точные, [он признаёт] имеющими значение.* См. также Письмо № 52 1912 г. и опубликованное высказывание Маркова (E1911/1977, с. 166): *Некоторые теоретические исследования Борткевича о дисперсии [...] заслуживают большого внимания.* Бауер (1955) неполно описал вклад Борткевича в исследование статистических рядов.

Чупров (1909, Очерк 4) подробно исследовал становление теории устойчивости статистических рядов, обратив особое внимание на работы Лексиса^{14.4} и Борткевича. Он же (1922g/1960, с. 240) дополнительно отметил, что обобщение, достигнутое последним (1894 – 1896, ч. 2) в теории Лексиса, включало и переход от изучения частостей появления события к исследованию любых статистик. Там же (с. 243) Чупров указал, что недостаточность условия $EQ^2 = 1$ для существования нормальной дисперсии (§ 14.4), впервые обнаружил

Борткевич. О формулах Борткевича для EQ и EQ^2 см. наш § 8.1, Прим. 7 к Письму № 91а и Прим. 1 к Письму № 84а соответственно.

14.3. Коэффициент Q (А. А. Марков). Марков и Чупров по существу лишили коэффициент Q его привлекательности. Марков (Ондар Е1977, Письмо № 7 1910 г.) доказал, что дисперсия может оказаться нормальной и при зависимых наблюдениях^{14.5}. В ряде писем того же года он указал далее, что поднормальная дисперсия может иметь место и при независимости. Наконец, в Письме № 41 (и даже в № 38, см. наш § 8.2.2-2), снова в 1910 г., а также в рецензии (Е1911) он построил пример независимых испытаний, которые при различных вариантах их объединения в серии характеризовались либо сверх-, либо поднормальными дисперсиями.

Впрочем, впоследствии Чупров (Чп – Чт 9.7.23, 24/14) решил, что подобные примеры не имеют существенного значения:

Ваши размышления касательно устойчивости совершенно совпадают с [моими]. [...] Исследования устойчивости имеют дело не с совокупностью значений [случайной] переменной, а с их конкретным рядом; численные значения критериев характеризуют индивидуальный ряд в данной последовательности его членов. Поэтому не является возражением против лексисова критерия, что он получает разные значения, если ряд перетасовывают. [...] Серьезнее [то, что] вычисление критериев опирается на разбивку данного ряда на куски. [...] Пример: периодические дроби, например $1/7699$ [...]. Но и это [...] не является принципиальным возражением, а лишь предостережением [...]. Для полного познания необходима планомерная нарезка, причём расхождения в значениях критерия в той же мере позволяют углубить понимание стохастической природы ряда, как и их однообразные [...] величины.*

***Примечание Чупрова:** *В этом и в примыкающей сюда расценке прав на ту или иную трактовку совокупности значений (в целях уловления закона распределения и его сводных характеристик) и заключается смысл дисперсионного обследования ряда в тех случаях, когда конкретная последовательность его членов не представляет самостоятельного интереса.*

Помимо всего сказанного, Марков (Ондар Е1977, письма №№ 57, 66, 69, 71, 73 и 84) и в особой статье (1916а, с. 55) специально указал, что коэффициент дисперсии для малых чисел не может быть большим и в связи с этим отрицал особую устойчивость малых чисел, которую Борткевич (1898) возвёл в ранг закона. Эту же мысль Марков повторил в письме А. А. Кауфману, который (1917, с. 26) опубликовал выдержку из него, но не сообщил его даты. Quine & Seneta (1987, с. 175 – 176) доказали, что утверждение Маркова имеет вероятностный смысл. Так, для небольших независимых целочисленных случайных величин большое Q маловероятно. См. также Письмо № 69а Чупрова Маркову (§ 8.1) и указанную там статью Ястремского (1913). Наконец, Марков (1916b) доказал, что $EQ^2 = 1$ (см. § 14.4), а впоследствии (1922) вывел предельный закон распределения для Q^2 в случае неограниченного возрастания числа наблюдений в каждой серии.

14.4. Коэффициент Q (А. А. Чупров). Он (Ондар Е1977, Письмо № 8 1910 г.) привёл примеры зависимостей, при которых дисперсия оказывалась сверх- и поднормальной. Аналогичные примеры и даже соответствующие выводы были известны ему раньше (1905с/1960, с. 74), хотя примерно в 1896 г. Чупров полагал, что основная задача, решаемая при помощи коэффициента дисперсии, – выяснить, независимы ли наблюдения или нет (Борткевич 1894 – 1896/1968, с. 93, замечание на полях).

В конце концов Чупров заключил, что коэффициент Q плохо приспособлен к исследованию рядов. Действительно, Борткевич (Б – Чп 27.3.14) указал ему: *По вопросу [...] о сдаче в архив Q я с тобой совершенно не согласен.* Мотивы Борткевича не совсем ясны. Как мы его поняли, он заявил, что Лексис принял в качестве критерия не только Q , но и разность $(\sigma_2 - \sigma_1)$, см. § 14.1. Но Чупров (1918 – 1919/1968, с. 213), не называя, правда, Борткевича, указал, что Лексис применял только коэффициент Q и дополнительно заметил, что эта разность не имеет преимуществ перед Q . К мысли о малой пригодности коэффициента Q Марков пришёл в 1910 г. (Ондар Е1977, Письмо № 25), а Чупров (там же, Письмо № 26) прямо заявил, что *над перепланировкой теории дисперсии надо теперь сосредоточенно подумать.*

Далее, Чупров (1916а) доказал, что

$$EQ^2 = 1 \quad (3)$$

(Q^2 оказалось предпочтительнее нежели само Q , см. Четвериков (1968а, с. 43)). Статья Чупрова появилась в *Известиях* Петербургской академии наук по предложению Маркова (Ондар Е1977, Письмо № 77 1916 г.). Впрочем, Марков сразу же уведомил Чупрова о том, что он и сам установил равенство (3) и приоткрыл путь доказательства (там же, Письмо № 79). Чупров (Письмо № 80) назвал способ доказательства Маркова *самым прямым и естественным* и, признав свой собственный путь окольным, найденным для (не удавшегося) решения более общей задачи, описал его.

Марков (1916b) первым опубликовал свой вывод для случая независимых бернуллиевых испытаний, разбитых на серии неравной длины, при постоянной вероятности появления изучаемого события. Само равенство (3) он справедливо приписал Чупрову, хотя и не привёл никаких подробностей на этот счёт. Статья Чупрова (1916а), представленная Марковым, появилась через несколько месяцев. Ему удалось доказать равенство (3) гораздо проще, притом для таких же испытаний над случайной величиной с произвольным законом распределения. Позже Чупров (1926/1960, с. 235) указал, что доказал (но вряд ли опубликовал) равенство (3) в 1914 г.

Наконец, Чупров (1918 – 1919) исследовал устойчивость статистических рядов различных типов и вывел или оценил различные моменты соответствующих им величин Q^2 . Его сочинение очень тяжеловесно и пояснений в нём явно нехватает. Один из результатов Чупрова состоял в формулировке недостатков Q как критерия в предположении, что в пунктах 1 – 3 закон распределения изучаемой случайной величины постоянен, а испытания взаимно независимы:

1. При неравных друг другу количествах наблюдений в отдельных сериях, т. е. при необходимости замены единого n на n_i (§ 14.1), степень неравномерности наблюдений влияет на величину погрешности в Q^2 (с. 173 – 174). На малую удовлетворительность Q в этом случае Чупров указал еще раньше (1909/1959, с. 277).

2. Закон распределения Q^2 асимметричен и можно полагать, что для реально встречающихся рядов разность $(Q^2 - 1)$ чаще оказывается отрицательной, нежели положительной (с. 175 – 177). О предельном поведении $(Q^2 - 1)^2$ Чупров сообщал Маркову уже в 1917 г. (§ 8.1, Письмо № 88а).

3. В области действия *закона малых чисел*, да и вообще от Q^2 следовало бы отказаться, вычисляя взамен *существенную* (мы бы сказали, дополнительную) *составляющую* колеблемости, которая вызвана изменениями вероятности p (Лексис 1879, §§ 7 и 8) (с. 181). Сам Чупров (1926/1960, с. 237) назвал использование существенной составляющей *единственным оправданным приёмом исследования дисперсий*.

С иной точки зрения существенная составляющая может быть и положительной, и отрицательной. Четвериков (1968а, с. 43), который привёл соответствующее определение, приписал его Лексису, чего мы не смогли подтвердить. Впрочем, Чупров (1918 – 1919/1968, с. 149), рассматривая более общую схему образования статистического ряда по сравнению с Лексисом, определил существенную составляющую так, что она не могла принимать отрицательных значений.

4. Применение Q^2 – *устаревший приём*, поскольку равенства $Q^2 = 1$ ещё недостаточно для осуществления предпосылок нормальной дисперсии (т. е. для существования единой вероятности и независимости наблюдений), ср. § 14.2 и пункт 1 выше, который, однако, здесь не так важен, добавил Чупров, потому что предел $E(Q^2 - 1)^2$ при возрастании общего числа наблюдений и при выполнении некоторых других условий известен (с. 213 – 214).

Видимо, этот предел Чупров (Чп – Чт 26.11.16, 24/10) имел в виду в своём сообщении:

Мне удалось получить чрезвычайно интересные результаты в области теории устойчивости. В вполне общей форме и поразительно просто доказал (1916а), что $EQ^2 = 1$. [...] Удалось получить с полной строгостью и пределы для квадр. ошибки Q^2 ; это ещё не совсем дописано.

Чупров не сформулировал здесь соображений 2 и 3, зато указал, что от Q^2 в случае поднормальной дисперсии следует заведомо отказаться.

Бауер (1955/1968, с. 236) приписал Чупрову четыре чётких возражения против применения Q^2 , но он явно улучшил его изложение материала.

Казалось бы, что Чупров разочаровался в теории Лексиса не позже, чем в 1919 г., но его письмо Гулькевичу 30.1.21 (Чупров 2009b) доказывает, что он каким-то образом всё ещё придерживался её:

Почти доработал ту незначай намернувшуюся тему, о которой поминал в прошлом письме. Выходит очень занимательно. К

сожалению, всё не удаётся разрушительную часть дополнить конструктивной. Одно из важнейших учений теории статистики, которое я доселе всецело принимал и исповедывал, – лексисова теория устойчивости статистических чисел, – оказывается в значительной мере покоится на математическом недоразумении. Недоразумение это я сейчас вскрыл. Это вышибает один из устоев теории, остающейся в центральной своей части висеть в воздухе. Помириться на этом, не дав замены, мне не хочется. А подвести новый фундамент не удаётся: мои попытки разбиваются о то же самое возражение, и я почти что прихожу к выводу, что препятствие по существу непреодолимо. С точки зрения внешнего эффекта это, если хотите, даже плюс. Но тому направлению в науке, к которому я примыкаю, боюсь, будет не на пользу.

Вот фраза из предыдущего письма 22.1.21:

Получил [...] по части математической статистики один результат, который представляет, как будто, крупный интерес, даже несколько смущает меня своей революционностью.

И вот мнение Андерсона (E1926/1963, с. 31): *после Чупрова мало что осталось от учения Лексиса. [eigentlich recht wenig übergeblieben ist].*

Сказанное выше позволяет понять предположение Четверикова (1968а, с. 51) о том, что неудовлетворённость своим же изложением теории дисперсии в *Очерках* (1909) была основной причиной почему Чупров не соглашался на новое переиздание своей книги. И всё же отметим дополнительно, что Чупров стал более критически относиться к математическому содержанию *Очерков*, которое вызвало неодобрительное замечание Маркова (E1911/1977). Он справедливо указал (с. 163), что в *Очерках нет той ясности и определённости, которая требуется исчислением вероятностей* (и вообще математикой)^{14.6}. Никто более не критиковал эту книгу подобным образом ни при защите Чупровым диссертации (Аноним E1909), ни позже.

14.5. Общая формула (А. А. Чупров и А. А. Марков). Пусть $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ – как угодно зависимые друг от друга случайные величины с произвольными законами распределения и пусть над каждой из них произведено одно испытание, результаты которых обозначены соответственно x_1, x_2, \dots, x_n . Тогда, как Чупров (1918 – 1919/1968, с. 142) доказал совершенно элементарно,

$$E\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - E\xi_i)\right]^2 = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n E(\xi_i - E\xi_i)^2 + \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i} [E(x_i x_j) - E\xi_i E\xi_j]. \quad (4)$$

Эту формулу он (с. 154) справедливо назвал самой общей и, в частности (с. 147), вывел из неё формулу Больмана (1909)

$$E(H - \bar{p})^2 = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n p_i q_i + \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i} (p_{ij} - p_i p_j).$$

Здесь H – частость появления события в n зависимых испытаниях, p_i – вероятность его появления в испытании i , $q_i = 1 - p_i$ и p_{ij} – вероятность появления события в испытаниях i и j . Об элементарном выводе формулы Больмана в общем виде Чупров (Чп – Чт 27.4.17, 24/11) сообщил ещё раньше.

В других сочинениях Чупров (1926/1960, с. 229; 1923f, с. 471) указал, соответственно, что формула (4) воспроизводит с незначительными изменениями одну из формул Маркова и включает в себе всю современную теорию устойчивости; и что общую формулу для стандартного отклонения среднего в случае коррелированных наблюдений следует называть формулой Маркова. Точной ссылки на Маркова Чупров так нигде и не привёл; мы полагаем, что он имел в виду вывод Маркова достаточных условий ЗБЧ для независимых и зависимых случайных величин и его примеры последовательностей, которые не подчинялись этому закону (1906/1951, с. 342 – 344 и 351; 1900/1913, с. 77; 1924, с. 119). Действительно, Чупров (1925e, с. 95 – 98) неоднократно упоминал Маркова в связи с применимостью ЗБЧ к зависимым испытаниям. Новую формулу Маркова Чупров упомянул уже в 1910 г. (Письмо № 43а в нашем § 8.1). В другом месте он (1922g/1960, с. 243) дополнительно указал на связь этих исследований Маркова с применимостью коэффициента дисперсии в качестве критерия (ср. §§ 14.3 – 14.4):

Лишь произведенные Марковым исследования значимости [исследования соблюдения] закона больших чисел и в случае невыполнения условий взаимной независимости отдельных испытаний выдвинули на первый план вопрос о том, в какой мере умозаключение о типе дисперсии на основании значений коэффициента дисперсии представляется в существе своём правомерным.

[Aber erst die von Markoff in Angriff genommenen Untersuchungen über die Geltung des Gesetzes der grossen Zahlen beim Fehlen der gegenseitigen Unabhängigkeit der einzelnen Versuche haben die Frage in den Vordergrund gerückt, inwieweit der Schluß von der Größe des Divergenzkoeffizienten auf die Art der Dispersion principiell berechtigt erscheint.]

Собственно, уже раньше Чупров (1918 – 1919/1968, с. 139) заметил, что работы Маркова и статья Больмана (1909), см. ниже, являются основой для завершения строительства теории устойчивости. Далее, Чупров (1923f, с. 681) заявил, что исследования Маркова об испытаниях, связанных в цепь, равно как и статья Больмана представляют собой теоретико-вероятностную основу статистической теории.

С этим утверждением, которое Чупров (1924b/1960, с. 203) повторил в другом месте, трудно согласиться, потому что он сам вряд ли рассматривал зависимые величины, связанные в цепь, а формула Больмана является частным случаем общего соотношения. Наконец, Чупров (В1925f/1977, с. 168) назвал исследование Маркова (1900/1924, § 19) о возможности распространения ЗБЧ на некоторые последовательности зависимых случайных величин *краеугольным камнем для происходящего сейчас вероятного* [вероятностного]

обновления общей теории статистики. Кстати, не только Чупров, но и Марков (Ондар Е1977, Письмо № 12 1910г.), см. также Письмо № 15 в нашем § 8.2.2-2, считал, что Больману принадлежит лишь частная формула. См. также Ондар (Е1977, прим. на с. 20 – 23).

Романовский (Е1923) высоко оценил сочинение Чупрова (1918 – 1919). Признавая, что Чупрова трудно читать, он (с. 260) указал, что вряд ли можно было бы упростить изложение, с чем мы не согласны. Он (с. 258) также заявил, что это сочинение имеет *революционное значение* и заметил, что Б. С. Ястремский в публикациях 1913 – 1922 гг. трактовал теорию дисперсии как теорию изменчивости статистических рядов и встал на путь *реального синтеза методов Лексиса и Пирсона [...] хотя и в частной и не столь отчётливо сформулированной форме* как Чупров (ср. § 2.2). Романовский не комментировал одного не сбывшегося заявления Ястремского (1920/1937, с. 131) о том, что теория дисперсии и корреляции соединятся в единую *теорию изменчивости статистических рядов*^{14.7}.

14.6. Переставляемость. Пункт 4 из § 14.4 имеет продолжение. Чупров (Чп – Чт 26.5.21, 24/12) сообщил о своей рукописи, в которой он отказался от предпосылок единого закона распределения и взаимной независимости [случайных] величин и которую он собирался вот-вот отправить в *Биометрику*:

В ней, между прочим, довольно полно разработана теория выборочного исследования применительно к постановке, отвечающей схеме не возвращаемого в урну билета. Из общих её формул получается один, чрезвычайно озадачивающий вывод, колеблющий самые основы лексисовской теории дисперсии. Именно, оказывается, что математическое ожидание коэффициента устойчивости [коэффициента дисперсии], определяемого по эмпирическим данным, равняется 1 не только в условиях нормальной дисперсии (неизменность закона распределения и взаимная независимость испытаний), но и при наличии известного типа связи между испытаниями, – типа, под который подходит, между прочим, схема не возвращаемого в урну билета или шара.

Более того: ряд статистических чисел, в основе которого лежит вероятностная схема такого типа, оказывается эмпирически неотличимым от нормально устойчивого (в точном лексисовском смысле) ряда: если не располагать априорными данными, то ряд чисел, полученных в порядке извлечения из урны билетов без возвращения, неотличим от ряда, получаемого при обычном порядке обратного опускания [...] билета [...] в урну. [...] Звучит это парадоксом, но [это] так! Эту тему я выделил в отдельную статью, которая будет напечатана [...] (1923).

См. также (1924b/1960, с. 207 – 209). Рукопись Чупрова появилась не в *Биометрике*, а в другом журнале (1922g). В ней и в других своих сочинениях Чупров (1922a; 1923f; 1924b) ввёл понятие об униформно связанных испытаниях (иначе, об униформно коррелированных [связанных] наблюдениях) и действительно доказал те свойства, о которых сообщил Четверикову.

Уже в 1924 г. другие авторы независимо от Чупрова и от Мордуха (1923), обратились к тому же понятию, которое с тех пор укоренилось в математической науке и которое, впрочем, теперь называется конечной переставляемостью. Взаимозависимые случайные величины $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ называются конечно переставляемыми, если при любом заданном конечном $k, k \leq n$, распределение k -мерного вектора $(\xi_\alpha, \xi_\beta, \dots, \xi_\gamma)$ не зависит от выбора индексов. О соответствующих результатах Чупрова и Мордуха см. Сенета (E1987)^{14.8}.

14.7. Нормальная устойчивость двух случайных величин. Из переписки Чупрова (Чп – Чт 10.9.22, 24/13) и его статьи (1923b) следует, что он уже в 1917 г., т. е. до публикации своего исследования (1918 – 1919), сумел распространить понятие нормальной устойчивости на случай двух связанных случайных величин. Вот что он писал Четверикову:

Привёл я [...] в порядок небольшую работу на тему О нормально устойчивой корреляции (1923b), – распространение понятия нормальной устойчивости на случай связанных переменных и конструкция соотв. коэффициентов дисперсий. Работа, собственно, готова у меня уже более пяти лет, составляет третью главу монографии о способах стат. изучения связи между двумя переменными, но покоится всё время в столе. А тут норвежский математик проф. Гюльдберг напал на ту же мысль и опубликовал статейку [...] (1922), но берёт он вопрос уже моего [более узко, чем я] и трактует, на мой по крайней мере вкус, не совсем удачно. По части объективного приоритета он меня обскакал. [...] Чтоб кто-нибудь не перебил и остального, хочу не откладывая где-нибудь опубликовать. [...] В качестве примера я оперирую с десятичными знаками в π , – беру 675 первых знаков, разбиваю их на 225 групп по три и в каждой группе складываю первый с вторым, а второй – с третьим, рассматривая эти суммы как подлежащие исследованию переменные. При этом занялся я и непосредственно десятичными π , вычислил и для них коэф. дисперсии. Получилось довольно занятно: разбивая на 45 серий по 15, нахожу $Q^2 = 0.79$; при 15 сериях по 45 [...] 0.51; при 9 сериях по 75 $Q^2 = 0.42$. Средняя ошибка, разумеется, очень велика, но [...] как будто намечается растущая сверхнормальность устойчивости, которую соблазнительно интерпретировать в смысле наличия в ряде десятичных знаков некоторого подобия периодичности.

Подобие периодичности ещё совместимо с её доказанным отсутствием. О рассуждениях различных авторов по поводу числа π Чупров сообщил в своих *Очерках* (1909/1959, с. 188 – 189) и несколько подробнее описал решение своего примера в опубликованной работе (1923b).

Не упоминая статью (1923b), пролежавшую более пяти лет без движения, Андерсон (E1926/1963, с. 33) засвидетельствовал, что Чупров [подчас] очень медлил с публикацией своих рукописей, поскольку старался всячески их улучшить. Об указанной задержке Чупров (1923d/1960, с. 291) заявил и публично.

15. Метод математических ожиданий

15.1. Введение. Метод моментов или математических ожиданий есть метод оценки параметров, основанный на приравнивании некоторого числа выборочных моментов соответствующим теоретическим моментам распределения. Его ввёл Пирсон в 1894 г. (Крамер 1946/1948, § 33.1). В другом смысле этот метод состоит в вычислении или оценке моментов данного распределения для доказательства некоторых предельных соотношений. Именно таким образом Чупров (§ 14.4) исследовал предельное поведение закона распределения коэффициента дисперсии. Аналогично, он (1918 – 1919, 1921, с. 156 – 157) вычислял моменты $E(\bar{x} - E\bar{x})^h$ при произвольных h с целью определить предельное распределение среднего арифметического \bar{x} взаимно независимых значений случайной величины с произвольным дискретным распределением. Полученные выражения оказались, однако, слишком сложными (Романовский 1926, с. 1088).

Чупров, кажется, никогда не оценивал параметры законов распределений, как это делал Пирсон (см. выше); более того, он вообще исследовал системы случайных величин с произвольным(и) законом (законами) распределений.

И Чупров, и его ученики неоднократно заявляли, что английская школа не применяет метода моментов и что как раз поэтому её результаты подчас недостаточно ясны, а иногда и ошибочны. Это утверждение противоречит первому определению указанного метода; по существу же, как отмечал сам Чупров (§§ 15.2 – 15.3), Пирсон и его последователи не делали чёткого различия между теоретическими и выборочными величинами, что, между прочим, можно объяснить тем, что они расширительно понимали это определение.

Быть может именно в связи с систематическим обращением к теоретическим распределениям Чупрову понадобилось ввести в обиход термин *случайная величина* или *случайная переменная* (§ 15.4).

Приведём ещё высказывание Четверикова (Е1928, с. 317), в котором, однако, неудачен термин *теория моментов*: Чупров

Проработал заново основы методов школы Пирсона (теорию моментов и теорию корреляции), [...] положив в основание своих конструкций определение понятий случайного переменного, закона распределения и зависимости испытаний.

15.2. А. А. Чупров. Он (1918 – 1919/1968, с. 140) утверждал, что сумел провести элементарные, но строгие доказательства в теории устойчивости статистических рядов в частности потому, что систематически применял метод математических ожиданий, *который с таким предпочтением разрабатывался П. Л. Чебышевым и его школой*. Видимо, именно с этим сочинением были связаны предварительные сообщения его автора (Чп – Чт 26.11.16, 24/10 и 27.4.17, 24/11):

Сильно продвинул, получив очень много любопытного и продолжение [...] [своей статьи (1916)]. [...] В целом это переоборудование мат.

стат. на основе мат. ожид., о котором я давно уже помышлял, начинаю приближаться до предела досягаемости.

Пиताю уже не надежду только, а уверенность, что скоро буду в состоянии изложить большую часть мат. стат. методом мат. ожиданий.

И вот продолжение. Через несколько лет он (Чп – Чт 26.5.21, 24/12) сообщает:

Сам я эти годы напряжённо и успешно работал над перекладкой математических основ теории статистики. Затеяна мной работа в сущности необъятная. Но основы того, что я поставил себе целью, теперь можно сказать на руках: методом математических ожиданий проработана вся система проблем, поставленных английской школой, и получены решения более строгие, более точные и более общие.

Возможно, что Чупров пришёл к методу моментов под влиянием Борткевича (Б – Чп 3.11.96):

Что касается моего пристрастия к ожиданиям, то каюсь: грешен и от души печалюсь, что ни в Вас, ни, кажется, в Лексисе [...] не встречаю сочувствия. По-видимому Чебышев на моей стороне.

Ещё один толчок Чупрову могла дать рукопись Андерсона (Чп – Б 17.11.13):

В связи с работой одного из моих учеников, задавшегося целью развить и обосновать метод Гукера (1908), [...] я, приводя его выкладки, первоначально не очень элегантные, в более приличный вид, предпринял заодно попытку пересказать на язык чистой теории вероятностей, через матем. ожидания, всю систему построений англичан: самим англичанам их утрированный эмпиризм (стремление заслонить мат. вероятность частостью) мешает излагать свои [результаты] подчас вполне членораздельно в логическом отношении. [...] Получил кое-какие мелкие поправки к некоторым формулам и довольно занимательно смыкнулся с Марковской теорией о пределе вероятности и с работами Ляпунова. Этого, впрочем, я ещё не доделал.

В связи с последним утверждением Чупрова мы можем лишь указать на его исследование распределения Q^2 , см. § 14.4.

15.3. Английская школа. Мы приведём несколько высказываний Чупрова (1918 – 1919, 1921, с. 140; 1918 – 1919/1968, с. 223 – 224; 1925d/1960, с. 3; только в переводе) об английской школе. Он, видимо, правильно представлял себе положение дел и поставил перед собой серьёзную цель:

Один из моих учеников, Андерсон (1914, с. 269) обращает внимание на превосходство метода математических ожиданий над методами,

которые обычно применяются английскими статистиками. Английская [...] традиция отрицает понятие математической вероятности [...] и метод математических ожиданий естественно разделил судьбу понятия математической вероятности, на котором он покоится. [...] Английским статистикам следовало бы порвать с этой традицией. Подмена математической вероятности статистической частотой не избавляет от логических трудностей при закладке фундамента для статистического изучения причинности, а лишь перемещает их в другое место.

[Anderson (1914, p. 269) draws attention to the superiority of the method of mathematical expectation[s] over the methods usually employed by English statisticians. [...] English scientific tradition rejects the concept of mathematical probability. [...] The method of mathematical expectation[s] has naturally shared the fate of the concept of mathematical probability on which it rests. [...] English statisticians should break with this tradition. The substitution of statistical frequency for mathematical probability does not obviate the logical difficulties in laying the foundations for a statistical study of causation, but merely shifts them elsewhere.]

Много бед натворило присущее английским исследователям нежелание иметь дела с понятиями вероятности и математического ожидания: отказ от пользования этими основными понятиями чрезвычайно повредил ясности стохастических постановок задач и даже наводил на ложный путь при попытке их решения. Если же сбросить этот наряд, столь непривлекательный для глаза континентального исследователя, и дополнить упущенное, [...] то станет ясно, что и Пирсон, и Лексис предлагают для решения по существу стохастических задач методы, хотя часто различные по форме, но в основе родственные между собой. В качестве одной из важнейших задач расцветающей стохастической теории статистики представляется ныне объединение, устраняющее противоречия тех целей, к которым направлены усилия обоих направлений. Не Лексис против Пирсона, а Пирсон в свете Лексиса, Лексис, обогащённый Пирсоном, – так должен был бы гласить лозунг тех, кто не удовлетворён бездушным эмпиризмом статистики после Кетле и стремится к построению рациональной теории статистики.

Особое значение я придаю уяснению того, что можно назвать вероятностным априори корреляционных измерений. Лишь отчётливое и выдержанное разграничение априорных искомым и эмпирических данных статистического исследования корреляционной связи способно устранить ту сбивчивость, которая столь затрудняет порой усвоение работ английской школы.

Несколько раньше Чупров (1922а, с. 259) привёл соответствующий пример. Пирсон, указал он, не сразу уловил различие между теоретическими и выборочными значениями некоторых величин.

Аналогичные мысли, но уже отражавшие его конкретные усилия, Чупров (Чп – Иссерлис 2.12.24, 27/3) высказал в переписке:

Мы с Вами с разных сторон, – Вы от Пирсона, я от русских математиков, идём к общей цели органического синтеза результатов, полученных представителями разных направлений.

Упомянутое Чупровым в первой выдержке высказывание Андерсона было таково:

Английская статистическая школа в своих исследованиях пренебрегает одним методом, который часто применяют русские и немецкие учёные [...] и который помимо большой строгости и точности обладает ещё и тем преимуществом, что является вполне элементарным, – именно, методом математических ожиданий.

[Die englische statistische Schule vernachlässigt in ihren Untersuchungen ein Verfahren, das von russischen und deutschen Gelehrten oft angewandt wird [...] und neben großer Strenge und Exaktheit noch den Vorzug hat recht elementar zu sein – die Methode der mathematischen Erwartung nämlich].

Пирсон возразил Андерсону в частном письме (§ 15.6), а затем выразил свою мысль публично (1919b, с. 285): *Замечание доктора Андерсона [...] видимо основано на неправильном понимании сути метода моментов* [The remark of Dr. Anderson [...] seems based on a misunderstanding of the moment method], ср. § 15.1.

Заметим ещё, что по утверждению Колмогорова (1948а, с. 143) в английской статистической школе

Оставались на уровне восемнадцатого века представления о логической структуре теории вероятностей, лежащей в основе всех методов математической статистики.

Упоминание XVIII века было, пожалуй, черезчур сильным: отказ от лапласовой теории вероятностей и построение этой науки как математической дисциплины, основанное на введении понятия случайной величины, произошло лишь в 1930-е годы. И всё же только изучение математической статистики тех лет и выяснение её отличия от биометрии Пирсона позволит представить реальный вклад Чупрова в объединение обоих течений статистической мысли в единое целое. Добавим здесь, что уровень абстракции в школе Пирсона был иногда слишком низким. Так, Пирсон (1896, с. 256 – 257) определил коррелированность двух переменных только в биологическом контексте.

15.4. Случайная величина. Этот термин появился в конце XIX века у Васильева (1885, с. 127 – 131) и Некрасова (1887/1888, с. 77), который указал, что имеет в виду величину, принимающую некоторые значения с соответствующими вероятностями. Вряд ли они следовали Пуассону (1837, с. 140 – 141), который ввёл для таких величин явно временный термин *вещь А*. Более подробно об этом см. нашу статью (1989, с. 350, прим. 17). Но теперь мы добавим, что и Максимович (1888, с. 2 – 3) тоже употребил новый термин, объяснив его так же, как Некрасов, а Whitworth (1901, с. 207) ввёл в обращение термин *случайная величина*, притом возможно, что уже в более ранних изданиях своей книги.

Марков либо не применял никакого термина для обозначения случайной величины, либо называл её неопределенной, см. Ондар Е1977, Письмо № 45 1912 г.) и Марков (1914), что было хуже, однако Чупров (D1896) с самого начала упоминал *величину А, способную принимать различные значения, закон вероятности которых...*

Похоже, что он-то заметил высказывание Пуассона. Он же в письмах Маркову, см. Ондар (Е1977, № 80 1916 г.) и Письма №№ 88а, 88с, 99а в нашем § 8.1, пользовался выражением *переменная* в смысле *случайная переменная*. Позже он (1918 – 1919; 1924b/1960, с. 167 и далее; 1924a/1960, с. 314) писал и *случайная переменная*, и *случайная величина*, и даже *случайная величина k-го порядка*, подразумевая дискретную случайную величину, принимающую *k* значений. Впрочем, Кантелли (1916), см. Мизес (1964b, с. 52, прим. 2), и Борткевич (1917, с. 30) опередили Чупрова.

15.5. Исчисление математических ожиданий. Необычной представляется следующая идея Чупрова, к публикации которой он, правда, вряд ли приступил (Чп – С 15.8.23, 24/20):

У меня издавна в мыслях, что следует сложить новую матем. дисциплину: исчисление матем. ожиданий. [...] Ваша статья [см. ниже] даёт ряд очень для меня любопытных дополнительных штрихов в общую систему этой дисциплины.

Далее Чупров привёл элементарные положения этого исчисления:

Лемма 1. Если $E x^2 = 0$, то x способен принимать лишь значение 0 с вер. 1.

Лемма 2. Если $E(x - v)^2 = 0$, то v – переменная, так связанная с x , что при данном значении x принимает то же значение [...].

Неясно, почему в первой лемме x непременно равен нулю. За последующие полтора года Чупров написал Слуцкому не менее трех писем и в последнем из них сообщил (27.12.24, 24/20):

Недостаточную убедительность безоговорочной аргументации от $E x^2 = 0$ я вполне признаю и придаю большую цену уточнённому выводу.

Один из разделов статьи Слуцкого (1925b/1960) назывался *О математических ожиданиях*. В другом разделе этой статьи (с. 26, прим. 2) он выразил благодарность Чупрову за критические замечания к её предварительному варианту, посланному летом 1923 г.

Впоследствии Чупров (1924b/1960, с. 190 и 212; 1925е, с. 93) ссылаясь на этот вариант, называя его рукописью. Упомянем, наконец, что одна из рукописей Чупрова, найденная после его смерти, была также посвящена исчислению математических ожиданий, см. Библиографию.

15.6. Приложение: письма О. Н. Андерсона и К. Пирсона. В § 15.3 упоминалась статья Андерсона (1914), с которой был связан обмен письмами между её автором и Чупровым (17.6.14, 25/40) и Пирсоном и автором (без даты, там же). Вот они.

Глубокоуважаемый Александр Александрович!

9 июня я отослал Пирсону [...] свою рукопись [...], а сегодня получил ответ. [...] Препроводительное письмо мы составили (вместе с братом) на английском языке, но ответ получился на немецком – должно быть наш стиль произвёл [скверное] впечатление. [...] Переписываю [письмо Пирсона], строго сохраняя орфографию подлинника. [...] Полагаю, что Вас [...] презрение Пирсона к мат. ожд. должно несколько коробить. Нет ли какой-либо возможности направить Маркова на Пирсона? [...] Буду просить [Пирсона] не заменять символа E своим $S(fx)^{15.1}$. У меня в мыслях не было, что он реагирует на моё писание столь быстро: удивительно предупредительный человек.

Ответ Чупрова нам неизвестен, но мы уверены, что он категорически отвергнул неразумную мысль *направить Маркова...*

Глубокоуважаемый господин! Я очень хотел бы опубликовать в Биометрике Вашу ценную статью. Символ E, понимаемый как оператор, которым, как Вы говорите, английская школа пренебрегает, представляется мне весьма знакомым; следует писать

$$E(x) = S(fx)/N = v_1 = p_{10},$$

что является нашим первым момент-коэффициент и я не нахожу в нём ничего более. К примеру, Ваше $E(\xi_1 \psi_1^3)$ есть просто наше p_{13} .

Стьюдент (1909) применяет именно тот же метод, что и у Вас, лишь обозначения иные. Но ценны в Вашей статье квадраты погрешностей разностей и коэффициентов корреляции и это представляется мне весьма важным.

Стьюдент не специалист и я полагаю, что Вы придаёте чересчур большой вес его словам, когда говорите, что он думает, что когда какое-нибудь R_i равно своему предшествующему значению R_{i-1} и т. д. Его таблица на с. 180 показывает, что он придаёт значение общему равенству и он сам с этим согласился в разговоре со мной ещё до того, как его статья (1914) была опубликована.

Наконец, правы ли Вы, упоминая метод Гукера (1908)? Этот метод впервые применил не Гукер, а Кейв [...] (1904, с. 407 и след.), и притом с той же целью, а именно для исключения секулярных факторов (сезонных барометрических изменений). Мне представляется несправедливым приписывать этот метод Гукеру.

С глубоким уважением преданный Вам [К. Пирсон]

Корректуру Вы получите в скором времени.

[Hoch geehrter Herr!

Ich möchte sehr gerne Ihre werthvolle abhandlung in der Biometrika drücken lassen.

Der Symbol E als Operator, den Sie sagen die englische Schule vernachlässigt, erscheint mir sehr familiär; wir sollten schreiben $E(x) = S(fx)/N = v_1 = p_{10}$, unsere erste moment-coefficient, und ich finde nicht weiteres darin. Ihre $E(\xi_1 \psi_1^3)$ zum Beispiel ist nur unsere p_{13} . Die abhandlung von Student Biometrika VII S. 210 (1909) zeigt gerade dieselbe

methode in Gebrauche als in Ihrer abhandlung, nur ist die Notation verschieden.

Doch das werthvolle bei Ihrer Abhandlung ist die Fehlerquadrate der Differenzen α Korrelationskoefficienten und das erscheint mir **sehr wichtig** [!].

Student ist nicht ein Fachmann, doch glaub' ich daß glaubt Sie zu vieles Gewicht an seine Wörter [Wörter] liegen wenn Sie sagen daß er glaubt daß wenn irgend ein R_i seinem Vorgänger R_{i-1} gleich ist u.s.w. Seine Tafel S. 180 (Student 1914) zeigt daß er an die generale Gleichheit denkt der Werthe, und er hat mir so persönlich zugesagt vor seine Schrift gedrückt war.

Zum Ende haben Sie recht wenn Sie von Hooker'schen Verfahren (1908) sprechen? Das Verfahren ist nicht von Hooker, sondern von Cave [...] (1904) zum erstenmal gebraucht worden. – Und zum demselben Zwecke, um seculäre Faktoren (seasonal barometric changes) zu eliminieren. Es erscheint mir nicht gerecht das Verfahren dem Herrn Hooker zuzuschreiben.

Mit Hochachtung/Ihr Ergebener Probirhefte werden Sie zu kürzer Zeit erhalten.]

Ещё до 1914 г. Стьюдент опубликовал шесть статей, пять из них в *Биометрике* и можно полагать, что к тому времени он уже стал специалистом. См. о нём E. S. Pearson (1990). Андерсон (1923; 1926 – 1927) опубликовал в *Биометрике* ещё две статьи. Два его письма Пирсону 27.11 и 10.12.25 хранятся в Univ. College London, Pearson Papers NNo. 442 и 627/2; их тексты см. также в Шейнин (2005, с. 267 – 277).

16. Оценка творчества

В России *Очерки* (1909) Чупрова были подняты на щит несмотря на их неверную направленность в сторону логики и философии за счёт математики; мнение Маркова (прим. 14.10) было исключением. За рубежом языковой барьер конечно же препятствовал их влиянию, однако предварительные статьи Чупрова не возымели серьёзных последствий. Wolff (1913) пренебрежительно отозвался о первой из них (1905с) и даже заявил (с. 31), что Чупров лишь в небольшой степени являлся статистиком (*wie wenig er ein Statistiker ist*). Его статья напоминала мнение Чупрова (§ 2.1) о лекциях трёх немецких учёных старой школы, а книга этого автора (1926) доказывает, что он сам безусловно принадлежал к ней. Так, он (с. 149) утверждал, что статистика не нуждается ни в математике, ни в математической статистике. Чупрова он упомянул только один раз (с. 437) и лишь в связи с корреляцией, которую он отказывался признать как средство для исследования связи между явлениями (хотя и указал, что американские экономисты успешно применили её).

Вот как Андерсон (1932/1963, с. 531) описал тогдашнее положение в Германии:

Наше (более молодое) поколение статистиков вряд ли может представить себе ни то болото, в котором очутилась статистическая теория после развала системы Кетле, ни тот выход из него, который сумели найти лишь Лексис и Борткевич.

[Unsere (jungere) Generation der Statistiker kann sich kaum jenen Sumpf vorstellen, in welchen die statistische Theorie nach dem Zusammenbruch des Queteletschen Systems hineingeraten war und der Ausweg aus welchem damals nur bei Lexis und Bortkiewicz gefunden werden konnte.]

Через четверть века Андерсон (1957, с. 97) подправил своё высказывание, дополнительно признав Чупрова как одного из зачинателей старой немецкой математико-статистической школы. Впрочем, положение в Германии не изменилось по меньшей мере до конца 1920-х годов.

Во многих позднейших (после 1909 г.) работах Чупров изучал системы либо независимых, либо произвольно зависимых случайных величин с любыми законами распределений. Некоторые его статьи были посвящены мерам ассоциации (1922а; 1925d/1926 и 1960, гл. 4), другие – выводу соотношений между ожидаемыми моментами выборочных характеристик и соответствующими теоретическими моментами (1918 – 1919, 1921; 1921а; 1923а; 1923f; 1928)^{16.1}.

Рассматривая частные случаи полученных соотношений и, в частности, переходя от случайных величин к случайным событиям, Чупров смог изучить важные схемы выборочного метода (например, оценить надёжность расслоенной и случайной безвозвратной выборки, см. § 13). Другие результаты указаны в самой заглавии статьи Seneta (E1987), и мы особо укажем на введенное им под другим названием понятие конечной переставляемости системы случайных величин (§ 14.6).

Он (1923f, с. 463; 1925d, гл. 6) чётко указал, что статистические оценки должны быть несмещёнными либо по меньшей мере асимптотически

несмещёнными, а Seneta (E1997), не приведя, правда, точной ссылки, заметил, что Чупров одним из первых воспринял понятие о состоятельных оценках.

Неизбежный недостаток многих статей Чупрова, обусловленный его стремлением к выводу наиболее общих результатов, это громоздкость полученных им соотношений. По поводу его формул теории корреляции Романовский (1938, с. 416) заметил, что они *представляют значительный теоретический интерес, но почти неприменимы* ввиду сложности. И далее (с. 417): оценка эмпирического коэффициента корреляции для выборок из произвольной совокупности возможна почти только по формулам Чупрова, которые, однако, крайне громоздки, неполны и мало изучены^{16.2}. В § 15.1 мы привели другое аналогичное высказывание Романовского, но сейчас добавим, что он (1926, с. 1088) назвал Чупрова *величайшим русским статистиком*.

Особой причиной сложности формул Чупрова была его неудачная система обозначений. Вот выдержка из его письма Слуцкому 28.6.23, 24/20:

Поднимаемый Вами вопрос о системе обозначений настолько важен и настолько сложен, что сразу ответа не написал. [Систему обозначений] нужно внимательно обсудить, в первую очередь [...] между Вами, мной, Четвериковым, Андерсоном, Романовским и Мордухом.

Действительно, по меньшей мере в одной статье Чупров (1923f) ввёл двухэтажные индексы, одновременно и верхние, и нижние, т. е. выписал уродливое пятиэтажное чудовище.

Основная цель Чупрова состояла в подведении теоретического фундамента под математико-статистические исследования и тем самым в сближении обоих существовавших в то время течений статистической мысли (§ 2.2). Вот что писали об этом его современники.

Резолюция соболезнования, принятая Королевским статистическим обществом после смерти Чупрова (Аноним E1926a). Чупров был назван учёным,

Сочинения которого вызывали всеобщее восхищение и который многое сделал для согласования методов исследования, развиваемых английскими и континентальными работниками в области статистики.

[The Resolution of Condolence: Chuprov's contributions to science were admired by all [...]; they did much to harmonize the methods of statistical research developed by continental and British workers.]

Greenwood & Isserlis (E1927):

Чупров сделал больше, чем кто-либо иной [...], чтобы ознакомить континентальных статистиков с ценными английскими трудами и великодушно оценивал английскую биометрическую школу.

[Chuprov did more than any other man [...] to familiarize continental statisticians with valuable English work and has spoken with generous appreciation of the English biometric school.]

Смерть Чупрова лишила это [Королевское статистическое] общество одного из его наиболее выдающихся почётных членов, а статистическую науку – одного из её наиболее блестящих и своеобразных представителей.

[Chuprov's death has deprived this [the Royal Statistical] Society of one of its most distinguished Honorary Fellows, and the Statistical Science of one of its most brilliant and original exponents.]

Эти же авторы видимо ошибочно (Пирсон 1927) обвинили Черча (A. E. R. Church) и Ю. Неймана в публикации статей, в которых не были указаны предшествовавшие результаты Чупрова.

В § 7.10 мы упомянули аналогии между работами континентальных и английских статистиков, см. также Бауер (1955), однако эта тема исследована недостаточно, англичане же вовсе не занимались ей.

16.1. Запад. Мы приведём несколько высказываний западных учёных о Чупрове. Вот письмо Кейнса (см. конец § 4) Чупрову 20.4.12 (26/4):

В [предыдущем] письме [...] я предположил, что [Ваша] рукопись может оказаться [после её перевода с немецкого языка на английский] несколько длиннее, чем допустимо. [...] Однако, прочитав её вторично, я нахожу её столь интересной и компактной, что буду рад опубликовать её в точности в её нынешнем виде.

[In the letter which I addressed to you somewhat earlier this year, I suggested that the article might prove somewhat too long [...] but on reading it again, it seems to me so interesting and so compact, that I shall be glad to print it exactly as it stands.]

Кейнс действительно опубликовал важную статью Чупрова (1912с). См. также начало § 6. В архиве Кейнса (Англия, Кембридж, King's College) хранится ещё одно, быть может последнее из его писем Чупрову. Оно написано 20 июля 1920 г. и адресовано в Стокгольм. В нём Кейнс благодарит А. А. за отклик статьи (1918 – 1919) и указывает:

Поскольку нас достигли слухи о том, что Вы серьёзно пострадали при большевистском режиме, я восхищён Вашим новым письмом и сведениями о том, что Вы благополучно устроились в Швеции и можете продолжать свои научные изыскания. Нечего и говорить, что я был бы восхищён возможностью опубликовать в Economic Journal любую Вашу статью, особенно относящуюся к России, которую Вы могли бы выслать мне.

[As rumours had reached this country that you had suffered seriously under the Bolshevik regime, I am delighted to have received a further letter from you and to note that you are safely established in Sweden and in a position to continue your academic studies. I need not say that I shall be delighted to publish in the Economic Journal any contribution, particularly on Russian affairs, that you may be able to send me.]

Чупров *пострадал* только в том смысле, что не смог вернуться в Россию и ввиду ужаснейших послереволюционных условий жизни в ней, и, видимо, опасаясь, что станет известной его антикоммунистическая деятельность (см. ниже). Заметим также, что в последние годы своей жизни Чупров опубликовал несколько рецензий на советскую статистическую литературу, но ни одной статьи, которая была бы желательна Кейнсу. Вот быть может единственное его тогдашнее высказывание о России (1921b, с. xvii): *Не пролетарий мужика, а хозяйственный мужичок пролетария поведёт у нас к своим идеалам.*

Есть смысл указать, что Кейнс (1921/1973, с. 391, 430 и 380) остался при своём высоком мнении о Чупрове:

Математика Лапласа, хоть она всё ещё удерживается в большинстве учебников, всё-таки устарела и её следует заменить прекрасной работой, которой мы обязаны этим трём русским [Чебышеву, Маркову и Чупрову].

Чупров [...] предоставляет нам много превосходящий и самый чёткий общий отчёт об учениях [континентальной] школы, один только он [...] обладает стилем, от которого иностранный читатель может получить удовольствие.

Наиболее общее и математически намного более изящное известное мне изложение вопроса [о различных типах плотности] предложил [...] Чупров.

[The Laplacean mathematics, although it still holds the field in most textbooks, is really obsolete and ought to be replaced by the very beautiful work which we owe to these three Russians.

Chuprov [...] gives by far the best and most lucid general accounts [...] of the doctrines of the [Continental] school, he alone [...] is writing in a style from which the foreign reader can derive pleasure.

The most generalized and, mathematically, by far the most elegant treatment of this problem with which I am acquainted, is due to [...] Chuprov.]

После смерти Чупрова Кейнс (E1926) опубликовал его некролог, а Пирсон поместил его портрет в *Биометрике* (т. 18, 1926, перед с. 233). Наряду с другими учёными, он таким же образом почтил только двух русских, Чебышева и Маркова.

Чупров переписывался с норвежским математиком Фришем; их письма хранятся в бумагах Борткевича в Упсале (Швеция). 20.11.24 Фриш заметил, что Чупров не только решает задачи, но и формулирует их должным образом, а 23.4.25 благоприятно отозвался о статье Чупрова (1924b). Наконец, в своей статье (1927) Фриш неоднократно ссылался на него.

Несколько рецензий было опубликовано на книгу Чупрова (1925d) или на её английский перевод 1939 г. Так,

Rietz (1926): Чупров представил

Объединённую теорию корреляции с упором на [её] фундаментальные понятия и логические основания и его книга является существенным вкладом в более критическое и строгое осмысливание [этой теории], но он уделил недостаточное внимание намного более общему взгляду Пирсона (1905b, с. 9) на корреляцию. Мы не видели этого источника.

[Unified treatment of correlation theory with special reference to [its] fundamental conceptions and logical foundations and [...] the book is an important contribution to more critical and rigorous thinking [...] much more general view of correlation.]

Crawthorne (1940) лишь сослался на Ритца и заявил, что книга Чупрова это *настоящее тонизирующее средство* [a real tonic].

Нейман (1939) посчитал, что издание 1939 г. является *очень точным переводом очень хорошей книги* [very accurate translation of a very good book], которая вносит ясность в *основные положения статистики* и имеет в виду *безыскусного статистика-практика* [basic conceptions of statistics [...] an unsophisticated practical statistician], не сведущего в математике.

Карпенко (E1957, с. 315 – 317) описал эту же тему и сослался на нескольких комментаторов Чупрова, мы же дополнительно цитируем их (частично уже цитировали чуть выше). В одном случае он (с. 315, прим. 66) привёл и соответствующую выдержку (Walker 1929/1931, p. 164), которую мы воспроизводим: Чупров –

Блестящий учёный с громадной эрудицией, чей жизненный труд состоял в построении здоровых логических оснований для теории статистики.

И всё же мы обязаны добавить, что в 2001 г. в т. 88 *Биометрики* были опубликованы пять очерков, посвящённых столетию этого почтенного журнала, но что ни в одном из них не было ни слова ни о континентальных статистиках вообще, ни о Чупрове.

16.2. Советский Союз. Из учёных, помянувших Чупрова, следует указать участников ленинградского *Заседания* (E1928) и дополнительно назвать лишь несколько имён: Романовского (см. выше), Андерсона (E1926) и Четверикова (E1926b), которых мы неоднократно цитировали. Но вот официальный подход был совершенно иным. Вскоре после 1917 г. общая обстановка в стране стала и несколько десятилетий оставалась невыносимой. В статистике это можно установить по меньшей мере с 1925 г. (Прим. 7.2), см. также Шейнин (1998/2006). В 1926 г. в *Вестнике Статистики* так и не появился уже принятый к публикации очерк Четверикова (E1926b). Ведущими членами редколлегии этого журнала стали Смит и Ястремский, см. § 7.7.1 и Прим. 7.4. И вообще в Советском Союзе появился только один некролог Чупрова (Ден E1926).

Вначале Чупров был лишь заподозрен в отказе вернуться на родину, но позднее теория устойчивости статистических рядов начала описываться каким-то немыслимым образом. Так, Старовский (E1933, с. 280) объявил Зюссмильха, Кетле, Боули, Лексиса, Борткевича, Чупрова и некоторых других статистиков (фактически – всех прежних и современных западных авторов) теоретиками буржуазной

статистики, которые пытались доказать незыблемость капиталистического строя и устойчивость его законов. Неудивительно, что в 1939 г. он стал членом-корреспондентом Академии наук и занимал очень высокие должности (в 1940 – 1975 он был начальником ЦСУ).

Чупрову были посвящены две анонимные статьи в том же источнике (в БСЭ), см. Библиографию. В первом издании его назвали столпом современной буржуазной статистической (чисто математической!) теории, методологически основанной на идеалистической философии (серьёзнейший грех), во втором он, однако, оценивался вполне положительно как опровергнувший пресловутую лексисову теорию устойчивости. Единственным врагом оставался Лексис... В третьем, последнем издании статью о Чупрове написал Б. И. Карпенко и, конечно же, вполне доброжелательно.

Да, примерно в 1958 г. Чупров был реабилитирован. В основном благодаря усилиям Четверикова в 1960 г. вышло второе издание его руководства по теории корреляции, чуть раньше, в 1959 г., – третье издание его *Очерков* (напрасно, однако, без редакционных изменений), и также в 1960 г. появился сборник его статей, частично переведенных, а частично перепечатанных. Мнение Чупрова о Ленине и об интервенции в гражданскую войну (§ 4) оставалось неизвестным!

Последний штрих. Лифшиц (Е1958) выступил, в частности, против Старовского. Курьёзным, однако, было редакционное примечание к его статье (с. 79). В нём Чупров был всё же объявлен сторонником идеалистической философии, поскольку он

Всегда придерживался того идеалистического взгляда, что статистические обследования дают не действительные величины, а лишь эмпирические проявления неких непосредственно непостижимых априорных величин.

Немыслимое невежество! Именно эту белиберду видимо имел в виду аноним из первого издания БСЭ, см. выше. Всё это происходило ввиду рабского подчинения разума господствующей идеологии, которая определяла весь советский образ жизни вообще и резко ограничивала научное творчество в частности.

Примечания

Первая цифра указывает номер параграфа

2.1. Видимо, международная всемирная выставка.

2.2. Уместно вспомнить Крамера (1981, с. 315), одного из крупнейших специалистов по теории вероятностей и математической статистике своего времени:

В годы перед [первой мировой] войной мне представлялось, что континентальные математики и англосаксонские статистики работают без достаточного контакта друг с другом и что было бы полезно попытаться объединить обе эти линии исследования.

[In the years before the war it had seemed to me that the continental mathematicians and the Anglo-Saxon statisticians were working without sufficient mutual contact and that it might be useful to try to join both these lines of research.]

Как научная дисциплина, статистика населения возникла в середине XVIII в. и примерно в течение полутора веков оставалась основной темой статистических исследований наряду с экономической статистикой. В Англии, однако, группа учёных (Пирсон, Уэлдон, Давенпорт) на рубеже XIX – XX вв., воодушевлённая гипотезой эволюции, и опиравшаяся на Гальтона и Эджуорта, создала биометрию. Примерно за двадцать лет до этого *континентальное направление статистики* (Лексис, Борткевич, Чупров, Больман, Марков) начало исследование устойчивости статистических данных, т. е. проверять неизменность вероятности появления изучаемого события в рядах испытаний. Их предшественниками были Пуассон и Бьенеме.

3.1. В письмах отцу 26.1.03 и 8.9.04 (ф. 2244, 2/245) Чупров указал, что теорию вероятностей в ППИ преподавал Б. Ф. Малешевский, специалист по математической теории страхования жизни. Студенты с трудом понимали его, и он покинул свою работу.

3.2. Как педагог, Чупров был многим обязан Кнаппу, см. § 7.2.

3.3. Чупров не пояснил своей мысли. В 1906 г. он редактировал русский перевод двух статей Лексиса о смертности.

3.4. А. Л. Шанявский (1837 – 1905). Университет был основан в 1908 г. и закрыт в 1918 г., см. БСЭ, 3-е издание, т. 29.

3.5. Так, в письме П. А. Флоренскому 26.11.16 Некрасов (Шейнин 1993а, с. 196) противопоставил *христианскую науку немецко-еврейской культуре и литературе*. Представителем последней он объявил Маркса, Маркова (!) и др. Флоренский (1882 – 1943) был религиозным философом и математиком. Был по всей видимости расстрелян в лагере, притом в 1937 г.

3.6. Уже в 1898 г., 27.1 (Ф. 2244, 1/2244), в письме А. И. Чупрову Некрасов безуспешно ходатайствовал о включении теории вероятностей в программу юридического факультета Московского университета. А. И. пользовался громадным влиянием, но вряд ли был деканом факультета. См. Шейнин (1995).

4.1. Свободная вставка немецких слов и выражений в русские тексты была характерной чертой писем Чупрова (и Борткевича), см. чуть выше. Видимо, именно это чтение Маркса вызвало утверждение Карпенко (Е1957, с. 287) о том, что Чупров пытался перевести второй том *Капитала* на математический язык.

Математизация экономики по существу началась с Вальраса и Парето, хотя первые шаги в этом направлении сделал Курно. Чупров изучал работы Вальраса, Парето и Маршалла (Четвериков Е1926б, с. 7). Парето он начал читать по совету Борткевича (Чп – Б 5 – 10.3.98). Чупров комментировал его и критиковал Бем-Баверка (там же), а в письмах 27.8 и 18.9.98 критиковал статью Борткевича о Парето. О критическом отношении Чупрова к Вальрасу и Парето сообщил и Струве (Е1936, с. 491 – 492, прим. 3).

Малоизвестно сочинение Лорана (Laurent 1902). Пуанкаре (письмо без даты *Господину Президенту* [Парижской академии наук], архив этой академии) благоприятно отзывался о нём и об этой *новой науке, созданной (сreé) Вальрасом и его учениками*.

4.2. П. Б. Струве, экономист и философ, *легальный марксист* и будущий член партии кадетов.

4.3. В России, в 1914 – 1925 гг., производство и продажа спиртных напитков были запрещены (БСЭ, 3-е, издание, т. 1, статья *Алкоголизм*), что не могло не повлиять на положение, описанное Виноградовой.

4.4. Итак, сам Чупров следил за *карьерой* Ленина, что лишний раз свидетельствует о его участии в политической жизни страны (пусть только теоретическом). Но его утверждение о том, что Ленин был убежден в *конечном поражении* сомнительно. Вот заключение Луначарского (Луначарский и др. 1991, с. 350):

Его властолюбие вытекает из его огромной уверенности в правильности своих принципов и пожалуй из его неспособности [...] становиться на точку зрения противника.

Провал военного похода против Польши, крестьянские волнения, Кронштадский мятеж, не лишив Ленина оптимизма, заставили его принять серьезные экономические меры, о которых и говорил Чупров. Да, Чупров предвидел необходимость введения НЭПа с представлением некоторой экономической свободы. Эта *новая экономическая политика* действовала с 1921 г. и во второй половине 1930-х годов, уже после смерти Ленина, *завершилась победой социализма* (БСЭ, 3-е издание, т. 28). Добавим: победой, достигнутой в ленинском духе безжалостным политическим давлением (которое, вопреки Чупрову, см. § 16.1, и не дало возможности мужику *повести пролетария к своим идеалам*).

5.1. Для Чупрова и обеих его сестер (одной из них замужней).

5.2. Этот термин воскресил Якоб Бернулли (1713, гл. 2 из части 4): *искусство предположений или стохастика*. Борткевич (1917, с. х) подхватил новое слово и широко применял его и Чупров последовал его примеру, см. заглавия его статей (1922e; 1924b). Подробнее об этом см. Шейнин (2009b, Прим. 1 к гл. 3).

5.3. Марксистская организация (Союз Спартака, Spartakusbund), существовавшая в Германии с начала XX в. В 1919 г. она вошла в состав компартии Германии.

5.4. Намного больше сведений содержится в письмах Чупрова (Чп – Б 13.2, 16.2 и 4.3.22). Да, уже тогда он начал поиски работы, см. начало § 5.3.

5.5. Андерсон (1926/1963, с. 30) выразился слишком мягко: Чупров встретился с *некоторой бюрократической волокитой [Verzögerungen] и трудностями*. См. также Четвериков (E1926a, с. 320): *условия жизни в Праге оказались неблагоприятными и разрушили его здоровье*. Он уже был фактически болен и ему пришлось преодолевать обычные трудности, вызванные переездом в другую страну. Кроме того, он продолжал сотрудничать с российскими статистиками (разумно отделяя науку от политики) и возмутил этим многих русских эмигрантов в Праге, см. его письмо Чп – Б 1.7.25 и ниже в основном тексте.

5.6. В Риме Чупров случайно встретил профессора А. А. (В. А.?) Щуровского, который сразу же определил его болезнь: *endocarditis lenta* (Gulkevitch E1926). Замечание Чупрова о недоумении женеvских врачей (см. ниже) поэтому непонятно. Возможно (Четвериков E1926b, с. 21 – 22), что они скрывали от него положение безнадежно больного. Четвериков также указал, что Щуровский лечил Чупрова ещё в его детские годы.

Гулькевич имел квартирку в Женеве *в три комнаты, из которых одна припасена для меня* (Чп – Б 4.3.25).

6.1. Академик И. И. Янжул (1846 – 1914), экономист и статистик.

7.1. Нынешнее положение, по меньшей мере в истории математики, отвратительно. Рефераты и рецензии в основном либо поверхностны, либо вообще пустопорожни. Почему? Во-первых, научное сообщество не считает рецензирование/реферирование полноценной научной работой (что в корне неверно). Во-вторых, редакторы многих журналов бесплатно получают от издателей экземпляры новых книг для реферирования и поэтому опасаются публиковать объективные отзывы. Невольно вспоминаешь *Новые книги за рубежом!*

7.2. Чупров (B1925c) выявил немало неточностей в руководстве Митропольского (1925), но назвал его ценным источником. Ястремский (1925), как и Чупров, указал некоторые неудачные определения, введенные Митропольским, однако приписал Маркову неравенство Бьенеме – Чебышева (которое Митропольский назвал только по имени последнего). Но главное было в том, что Ястремский предумышленно опорочил автора и почти прямо заявил, что тот не может оставаться профессором университета. Быть может он и был когда-то честен (как полагал Чупров), но

оказался первым или одним из первых охотников за ведьмами в советской статистике. См. также Лифшиц (Е1958).

7.3. *Статистический период* в жизни Кнаппа продолжался с 1865 по 1874 г., см. Борткевич (1922) и Schumpeter (1926). Последний закончил свою заметку утверждением: *Этот замечательный человек [...] убедил столь многих в том, чего не смог доказать, и часто пленял тех, кого не убедил.* [This remarkable man [...] convinced so many of what he could not prove and often fascinated where he did not convince.]

В статистике Кнапп более всего известен исследованиями смертности. Заметим также, что он сразу же усмотрел большие возможности у молодого Борткевича, тогда ещё жившего в России, и выразил желание встретиться с ним. Вот выдержка из письма Кнаппа Борткевичу 27 окт. 1893 г., хранящегося в архиве Борткевича в Упсале:

Если действительно окажется, что в России Вам не на что рассчитывать, то переезд в Германию будет для Вас лишь вопросом денег, а именно, сможете ли Вы продержаться от четырех до пяти лет. Ибо Ваши успехи таковы, что Вас где-либо примут на работу. Учтите только, что кроме Лексиса и меня здесь нет и не предвидится высоких статистиков. [...] Я буду очень рад, если Вы приедете и готов всячески помогать.

[Sollte es wirklich dahin kommen, daß Sie in Rußland keine Aussichten haben, so wird der Übergang nach Deutschland für Sie nur eine Geldfrage sein, nämlich ob Sie in Deutschland 4 bis 5 Jahre sich halten können. Denn Ihre Leistungen sind gewiß der Art, daß man Sie irgendwo anstellen wird. Bedenken Sie nur dies, daß außer Lexis und mir kein höherer Statistiker da ist und auch keiner in Aussicht steht. [...] Ich freue mich sehr wenn Sie kommen. Ich bin zu jeder Hülfe bereit.]

Успехи у Борткевича действительно были. К тому времени, не считая двух важных русских работ по статистике населения России, он опубликовал две немецкие статьи (1890; 1892), с первой из которых началась его переписка с Вальрасом. Далее, в 1888 г. Борткевич предложил Кнаппу изменить метод оценки смертности. Сообщая об этом, Андерссон (1931, с. 9) не указал соответствующего источника, но поскольку, вновь не уазывая источника, он (с. 10) процитировал и письмо 1893 г., можно заключить, что и письмо 1888 г. хранится в Упсале.

7.4. Кнапп, видимо, имел в виду замечание одного из героев Гёте (*Фауст*, акт 1, сцена 2).

7.5. Однако, Чупров был членом семинара Борткевича (Четвериков Е1926а, с. 316). См также письмо Чп – Б 19.3.97.

7.6. Покотилов (1909) описал составленный и успешно осуществленный им и Борткевичем план государственного страхования работников, первое подобное начинание в России.

7.7. В 1906 г. Марков опубликовал две газетные статьи, в которых справедливо критиковал план государственного страхования детей. К сожалению, он не добавил, что в принципе страхование может быть благоприятно и государству, и отдельным семьям. См. Шейнин (1997).

7.8. Чупров изучал эти темы, но независимо от Борткевича. По совету последнего он рассмотрел исследование смертности Кнаппом и критиковал его (Чп – Б 2.12.96).

7.9. Цепи и их эргодические свойства, изученные Марковым, можно было применить для непосредственного доказательства равномерного распределения малых планет по эклиптике. Труды Маркова появились позже (один – в 1910 г., на французском языке), но Пуанкаре не упомянул их во втором издании своей книги.

7.10. Романовский (1924, № 4 – 6, с. 15) явно переоценил этот закон, назвав его *основным статистическим законом или основным законом статистики.*

7.11. К. С. Веселовский (1819 – 1901), экономист и статистик, непреходящий секретарь Академии.

7.12. Д. А. Граве (1863 – 1939), математик. Занимался, в частности, математической теорией страхования жизни (Граве 1912). Жил и работал в Киеве.

7.13. Слуцкий не осуществил этой примечательной возможности, но в 1922 г. опубликовал важную статью о логических основаниях исчисления вероятностей.

7.14. Слуцкий назвал рукопись своей будущей статьи (1914) и работу, которую он так и не опубликовал.

7.15. Возможно, что Чупров вспомнил случай, происшедший с рукописью Слуцкого (§ 7.4.2), отклонённой *вследствие обременения портфеля редакции.*

7.16. Это утверждение Чупрова не подтверждается его перепиской с Марковым, но возможно, что они обсуждали некоторые вопросы по телефону (личных встреч, кажется, было немного, в связи с юбилеем закона больших чисел в 1913 г.). Во всяком случае, Марков (Письмо 88 3 марта 1913 г.) сообщил Чупрову номер своего телефона.

8.1. Борткевич (Б – Чп 3.7.14) не вполне корректно заявил, что в этом виновна его сестра, Елена Борткевич, которая и вычисляла таблицу. В 1916 г. журнал *Математическое образование* опубликовал в №№ 6 и 7 несколько статей в её переводе с итальянского. В 1918 г. она сумела переехать к холостому брату в Берлин и вела их совместное хозяйство. В 1935 г., после смерти В. И., в разговоре с дочерью Вальраса она назвала Гитлера ягнёнком (Шейнин 2008b, с. 43, Прим. 13; замечено Гвидо Раушером из Вены).

9.1. Кетле (Шейнин 1986, с. 315 – 316), правда, нечётко представлял себе суть переменных причин. В одних случаях он, кажется, считал их вероятностными, а в других – детерминированными.

9.2. Почему же биология отделена от естественных наук?

9.3. Ньютон решил задачу на азартные игры, притом не колеблясь применил вероятностные рассуждения к исходу единственного испытания, см. Schell (1960).

9.4. В издании 1924 г. номера страниц 302 – 304. Марков рассматривал знаменитую задачу Бейеса, в которой неизвестная постоянная вероятность считалась случайной. Это обстоятельство неоднократно обсуждалось в начале XX в., но оно никак не было связано с понятием вероятности единичного события.

9.5. Ошибка Чупрова (французская манера записи фамилии Бейеса) была в то время распространённой в России. В своем кандидатском сочинении Чупров указывал эту фамилию латинскими буквами.

9.6. Пояснение отсутствует.

9.7. Давидов (1854, с. 41) полагал, что субъективные вероятности не имеют научного значения. В последующих изданиях своих лекций в 1883 и 1885 гг. он не возвращался к этой проблеме.

10.1. Кетле ввёл, к примеру, среднюю наклонность к преступлению. После его смерти, исходя из моральных соображений, статистики начали отрицать существование подобных наклонностей или вероятностей, см. Чупров (1909/1959, с. 23) и Шейнин (1986, с. 304 – 305).

10.2. Включая Кнаппа (§ 7.2).

10.3. Ср. Ellis (1854/1863, с. 49):

В длинной серии аналогичных испытаний каждое возможное событие в конце концов стремится появиться в определённом соотношении с частотью [in a definite ratio of frequency].

10.4. Бернулли (1713, ч. 4, гл. 2 и 3) считал необходимым ввести моральную достоверность (тем самым и невозможность) и ещё до него подобные мысли высказывал Декарт (1637/1982, ч. 4, с. 37).

10.5. Подобные необоснованные заявления сомнительны. Чупров ошибся, достаточно вспомнить астрономические ежегодники.

10.6. Максвелл считал, что статистический метод состоит в *оценке среднего состояния группы атомов* (1871/1890, с. 253), в *изучении вероятного числа тел в каждой исследуемой группе* (1877, с. 242). Мы не смогли установить никакой промежуточной связи между ним (1877) и Журавским. Колмогоров и Прохоров (1974, с. 480) обобщили понятие категорического исчисления (не упоминая его) в своём определении математической статистики как раздела математики, посвященного *систематизации, обработке и использованию статистических данных, т. е. сведений о числе объектов в обширных совокупностях, обладающих теми или иными признаками*. О различии между математической и теоретической статистики см. конец § 10.6. Новое определение математической статистики (Ибрагимов, Прохоров, Ченцов, Чибисов 1999, с. 326) по существу ничего здесь не изменило.

10.7. Историческая наука обязана истолковывать факты и трудно считать её идиографической. Чупров, видимо, не знал, что в 1825 г. появился так наз. количественный метод (фактически применявшийся задолго до того в разных областях естествознания). Он основывался на наблюдаемых фактах (количественные

характеристики заболевания, карты звёздного неба и т. д.), в основном лишь собирал их и почти не интересовался теорией.

В конце жизни Чупров (В1922а) вновь подчеркнул, что статистика – идиографическая наука (против чего ещё раньше разумно возражал Слуцкий (1916, с. 107)), в большой степени родственная государственоведению. Последнее, как он утверждал, возродится в современной форме. На самом деле эта дисциплина не умирала, по меньшей мере в Германии, теперь же она основывается на количественных данных и занимается количественными рассуждениями; это, возможно, и имел в виду Чупров.

10.8. В 1897 г. Чупров (§9.2.1) собирался изучать (не существовавшую) *теорию случайного и её приложение к теории эволюции*. Но в любом случае мы можем уверенно сказать, что у него действительно не было времени как следует разобраться в своей общей теме. Он описал её поверхностно и вообще ничего не сказал о медицине. Далее, Чупров не указал, что внедрение ЗБЧ в естествознание вовсе не совпадало с использованием в нём статистического метода. Наконец, эпидемиология и хирургия требовали большого числа наблюдений, но остальные разделы медицины должны были довольствоваться их малым числом. Liebermeister (прим. 1876, с. 935 – 940) настойчиво подчеркнул это обстоятельство и тем самым предвосхитил приложение иных статистических методов в медицине. Обо всём этом мы упоминаем на основе своих публикаций в *Arch. Hist. Ex. Sci.* (т. 22, 1980; 26, 1982; 29, 1984; 31, 1984; 33, 1985).

10.9. Больцман колебался между статистической точкой зрения и механицизмом. К примеру, он подчёркивал, что теория Дарвина механистична и даже, что XIX в. будет назван веком *механического восприятия мира* (Шейнин 1985, с. 373). Всё это, возможно, и объясняет, почему Чупров упустил Больцмана в своём докладе.

11.1. Типольт (1972, с. 98) указал, что Президиум академии наук обосновал своё решение ликвидировать институт тем, что

Попытки внести в работу ДИН элементы социально-экономические [ввести марксистскую идеологию и послушание] не удалась.

Директором института был И. М. Виноградов, зоологический антисемит, не имевший ничего общего с демографией.

12.1. Ср. название книги Слуцкий (1912).

13.1. Птуха (1926, с. 174). Чупров защищал выборочный метод вообще, но опубликовано было лишь 12 строк (*Bull. Intern. Stat. Inst.*, t. 22, No. 1, pp. 65 – 66). Andersson (1929, с. 23) указал, что текст доклада был утерян и что из всех выступлений о выборочном методе доклад *великого Чупрова был самым важным* (The great Tschuprow's contributions [почему-то множественное число] were the most important).

14.1. Кетле (Шейнин 1986, с. 299) утверждал, что некое минимальное относительное число преступлений обусловлено *внутренним строением человека, а его избыток является в некоторой степени следствием социальной структуры*. Отсюда следовало, что число преступлений должно было изменяться с изменениями в обществе.

14.2. Другим автором был французский статистик Дормуа. Вот утверждение Борткевича (1930, с. 53) о нём:

Дормуа так плохо понимал как применять теорию вероятностей к эмпирическим фактам, что полагать его наравне с Лексисом, поскольку речь идёт о теории дисперсии, не соответствовало бы исторической правде.

[Ging Dormoy das Verständnis für Anwendungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf Erfahrungstatsachen in so starkem Maße ab, daß es der historischen Gerechtigkeit nicht entspricht, ihn, so oft von Dispersionstheorie die Rede ist, in eine Reihe mit Lexis zu stellen.]

14.3. Формула (2) и её обобщенное выражение применяются в геодезии, например при оценке точности угловых измерений в триангуляции. Дисперсия измерений вычисляется на каждом пункте и после завершения всех работ. Во втором случае, и особенно если принимаются во внимание базисное и азимутальное условия, дисперсия оказывается большей, потому что она учитывает и некоторые прежде не выявленные систематические ошибки. Гаусс представлял себе это, а Гельмерту (1872,

с. 274) оставался один шаг до введения отношений этих дисперсий (т. е. как бы коэффициента дисперсии) как меры систематических влияний.

14.4. Исследование Борткевича (1894 – 1896) соотношения между дисперсией и устойчивостью статистических рядов тяжеловесно.

14.5. Здесь он впервые ввёл частный случай стохастического моста, – схемы, введенной С. Н. Бернштейном (Ондар Е1977, с. 144 – 147).

14.6. В предыдущем письме 5.12.10 В. А. Стеклову Марков (*Научное* 1991, с. 194) заявил, что книга Чупрова содержит много ошибок и что его диссертацию следовало отклонить. См. также оценку *Очерков* в § 2.2.

14.7. Термин *изменяемость* статистических рядов не хуже *устойчивости*. Но в течение длительного времени советские статистики обвиняли Лексиса и Чупрова в попытке политического приложения теории устойчивости (см. § 16.2), так что термин Ястремского был идеологически приемлем.

14.8. Сенета также заметил, что намёк на переставляемость встретился у Чупрова (1916а, с. 1793 Прим.) ещё раньше в формулах

$$E y^k(x_i - a_1)^2 = E y^k(x_h - a_1)^2, E y^k(x_i - a_1)(x_j - a_1) = E y^k(x_h - a_1)(x_g - a_1).$$

15.1. Статья Андерсона (1914) не содержит обозначения, указанного Пирсоном.

16.1. Напомним (§ 15.2), что сам Чупров полагал, что *приближается к пределу досягаемости*.

16.2. Нелишне заметить мнение Гринвуда (Greenwood Е1926, с. 323):

Для изучения теоретической статистики по Чупрову потребуется новая порода алгебраистов, возможно не учёных математиков, но лиц, способных к длительному и тщательному вниманию.

[Chuprov's treatment of theoretical statistics will require a new race of algebraists, not perhaps learned mathematicians but capable of sustained and accurate attention.]

Библиография

Сокращения:

BC	=	<i>Вестник Статистики</i>
ИМИ	=	<i>Историко-математич. исследования</i>
СВ	=	<i>Статистический Вестник</i>
ППИ	=	Петербургский (Петроградский) политехнический институт
ASWSP	=	<i>Arch. f. soz. Wiss. u. soz. Politik</i>
JNÖS	=	<i>Jahrbücher f. Nationalökonomie u. Statistik</i>
JRSS	=	<i>J. Roy. Stat. Soc.</i>
NST	=	<i>Nordisk Statistisk Tidskrift</i>

А. А. Чупров

А. Книги и публикации в журналах и сборниках включая не названные явно рецензии

- 1893**, Совет. Поэма. В книге Елисеева и др. (1996, с. 62).
- 1897**, Нравственная статистика. *Энци. Словарь Брокгауза и Ефрона*, т. 21, с. 403 – 408.
- 1899**, франц., [Об организации общеевропейской переписи]. *Bull. Intern. Stat. Inst.*, t. 11, No. 1, pp. 68 – 74 первой пагинации.
- 1902**, *Die Feldgemeinschaft*. Strassburg. Hrsg., G.F. Knapp. Отдельно опубликованная часть: *Über den Begriff und die Formen der Feldgemeinschaft* (Strassburg, 1901).
- 1903**, Статистика и статистический метод, их жизненное значение и научные задачи. В книге автора (1960, с. 6 – 42).
- 1904а**, О приемах группировки статистических наблюдений. *Изв. ППИ*, т. 1, № 1 – 2, с. 75 – 100 второй пагинации.
- 1904б**, Общинное землевладение. В сб. *Нужды деревни*, т. 2. СПб, с. 116 – 132.
- 1904с**, Общинное землевладение по трудам местных комитетов о нуждах сельскохозяйственной промышленности. *Вестник права*, № 2, с. 17 – 74 и № 3, с. 64 – 122 первой пагинации.
- 1904д**, [О преподавании статистики в средней школе]. *Вопросы статистики*, № 9, 2003, с. 75 – 76.
- 1905а**, Анкеты о положении труда и их организация. *Вестник фабричн. законодательства и проф. гигиены*, № 3, с. 85 – 92.
- 1905б**, К вопросу о дополнительном наделении малоземельных крестьян. В сб. *Аграрный вопрос*. М., с. 227 – 247.
- 1905с**, Die Aufgabe der Theorie der Statistik. *Schmollers Jahrb. f. Gesetzgebung, Verwaltung u. Volkswirtschaft im Dtsch. Reich*, Bd. 29, No. 2, pp. 421 – 480. Задачи теории статистики. В книге автора (1960, с. 43 – 90). Первые несколько страниц немецкого издания были особо выделены в Оглавлении и названы рецензией на работы Лексиса.
- 1905д**, К вопросу об участии представителей экономических интересов в законодательстве. *Право*, 23 января, столбцы 137 – 151.
- 1906а**, Конституционно-демократическая партия и социализм. М. Предварительная статья под тем же названием: *Право*, 20 ноября 1905, столбцы 3663 – 3676.
- 1906б**, Земельная реформа и крестьяне-арендаторы. Еженедельник *Полярная звезда*. СПб, № 9, с. 635 – 642.
- 1906с**, Народу власть и земля. Там же, № 11, с. 766 – 778.
- 1906д**, К вопросу о земельном балансе аграрной реформы. *Право*, № 29, 23 июля, столбцы 2397 – 2409.
- 1906е**, Statistik als Wissenschaft. ASWSP, Bd. 5 (23), No. 3, pp. 647 – 711. Статистика как наука. В книге автора (1960, с. 90 – 141).
- 1907а**, Аграрный вопрос в жизни социалистических партий Западной Европы. *Русск. мысль*, год 28-й, № 4, с. 1 – 23 второй пагинации.
- 1907б**, Переселения и аграрный вопрос. Оттиск из неизвестного источника.
- 1908**, Основные вопросы теории массовых явлений. Вступит. речь при защите дисс. 2 дек. 1909г. Включено в последующие издания *Очерков*, с. 9 – 16 в изд. 1959г.
- 1909**, *Очерки по теории статистики*. СПб. Последующие издания: СПб, 1910; М., 1959.

- 1912a**, Выборочное исследование; доклад 1910г. В книге автора (1960, с. 258 – 270).
- 1912b**, Борткевич. *Нов. энциклопедич. словарь Брокгауза и Ефрона*, т. 7, с. 647. Подпись: Ч.
- 1912c**, The break-up of the village community in Russia. *Econ. J.*, vol. 22, No. 86, pp. 173 – 197.
- 1913**, Предисловие (с. iii – viii) к книге Полляк, Г. С. *Профессия как объект статистического учета*. СПб. Ред. А. А. Чупров.
- 1914**, Закон больших чисел в современной науке. В книге Ондар (E1977, с. 178 – 197).
- 1915**, Народное продовольствие в Германии. В сб. *Вопросы мировой войны*. Пг, с. 325 – 357.
- 1916a**, О математическом ожидании коэффициента дисперсии. *Изв. Имп. АН*, т. 10, № 18, с. 1789 – 1798.
- 1916b**, Zur Frage des sinkenden Knabenüberschusses unter den ehelich Geborenen, etc. *Bull. Intern. Stat. Inst.*, t. 20, No. 2, pp. 378 – 492.
- 1916c**, Предисловие (с. III – IX) к книге Виноградовой (1916).
- 1916d**, Война и движение населения. Оттиск из публикуемого сборника в честь А. С. Посникова, см. *Русск. Ведомости* 22 окт. 1916, с. 5.
- 1916 или 1917**, О средней квадратической ошибке коэффициента дисперсии. Рукопись. Опубликовано лишь в книге Шейнин (2007, с. 51 – 76).
- 1917a**, Письмо в редакцию. *Земск. страх. вестник*, № 9 – 10, с. 57 – 59.
- 1917b**, По поводу плана "преобразования статистической части Империи". *СВ*, № 1 – 2, с. 83 – 107. Перепечатка: *Вопросы статистики*, № 2, 1995, с. 43 – 50.
- 1918 – 1919**, Zur Theorie der Stabilität statistischer Reihen. *Skand. Aktuarietidskr.*, t. 1, pp. 199 – 256; t. 2, pp. 80 – 133. К теории стабильности статистических рядов. В книге Четвериков (1968b, с. 138 – 224).
- 1918 – 1919, 1921**, On the mathematical expectation of the moments of frequency distributions. *Biometrika*, vol. 12, pp. 140 – 169, 185 – 210; vol. 13, pp. 283 – 295.
- 1919**, *La décomposition du bolchevisme* (Разложение большевизма). Без титульного листа. На последней с. 16 упомянут покойный отец Чупрова (А. И. Чупров), А. Tchouprov, Professeur d'Economie politique à l'Université de Moscou, а также место и год: Stockholm, Février 1919. Известен один экземпляр (Paris, Bibl. Nat. de France). По всей видимости отпечатано лишь несколько экземпляров. Русский перевод: *Вопросы истории*, № 10, 2003, с. 3 – 18 (с предисловием А. Л. Дмитриева и А. А. Семенова).
- 1921a**, Über die Korrelationsfläche der arithmetischen Durchschnitte. (Ein Grenztheorem.) *Metron*, t. 1, No. 4, pp. 41 – 48.
- 1921b**, Предисловие (с. V – XIX) к книге Чупров, А.И. (1904), *Мелкое земледелие и его основные нужды*. Берлин, 1921.
- 1921c**, Zur Bedeutung der Mathematik für die Statistik. Рецензия на March, L. (1921), *La méthode statistique*. *Metron*, No. 1, 1921. *Deutsches stat. Zentralbl.*, Bd. 13, No. 9 – 10, с. 150 – 151.
- 1922a**, О математическом ожидании частного двух взаимно-зависимых случайных переменных. *Тр. Русск. ученых за границей*, т. 1. Берлин, с. 240 – 271.
- 1922b**, Проблема индетерминизма в свете статистической физики. В книге Елисева и др. (1996, с. 47 – 55).
- 1922c**, Инфляция-дефляция. *Вопросы статистики*, № 12, 1996, с. 70 – 76.
- 1922d**, Мировой рынок после войны. *Совр. зап.* (Париж), № 13, с. 191 – 213.
- 1922e**, Das Gesetz der großen Zahlen und der stochastisch-statistische Standpunkt in der modernen Wissenschaft. *NST*, Bd. 1, No. 1, pp. 39 – 67. Закон больших чисел и стохастически-статистическая точка зрения в современной науке В книге автора (1960, с. 141 – 162).
- 1922f**, Lehrbücher der Statistik. Ibidem, pp. 139 – 160 and No. 2, pp. 329 – 340. Учебники статистики. В книге автора (1960, с. 413 – 429).
- 1922g**, Ist die normale Stabilität empirisch nachweisbar? Ibidem, No. 3–4, pp. 369 – 393. Можно ли на основании эмпирических данных доказать, что устойчивость ряда нормальна? В книге автора (1960, с. 239 – 258).
- 1923a**, Исходная задача математической теории приемов статистического исследования связи между двумя случайными переменными. В сб. *Прим. методов корреляции в экономич. исследованиях*. М., 1969, с. 29 – 69.
- 1923b**, Über normale stabile Korrelation. *Skand. Aktuarietidskr.*, t. 6, pp. 1 – 17.
- 1923c**, К вопросу об основах кредитоспособности земледельца. *Крест. Россия*

(Прага), № 4, с. 165 – 169.

1923d, Aufgaben und Voraussetzungen der Korrelationsmessung. NST, Bd. 2, No. 1, pp. 24 – 53. Задачи и предпосылки измерения корреляции. В книге автора (1960, с. 273 – 297).

1923e, Business statistics. NST, No. 2, pp. 177 – 234. Хозяйственно-деловая статистика [Рецензии.] В книге автора (1960, с. 364 – 411).

1923f, On the mathematical expectation of the moments of frequency distributions in the case of correlated observations. *Metron*, t. 2, No. 3, pp. 461 – 493; No. 4, pp. 646 – 683.

1924a, Grundbegriffe und Grundprobleme der Korrelationstheorie. NST, Bd. 3, No. 2 – 3, pp. 161 – 207. Основные понятия и основные задачи теории корреляции. В книге автора (1960, с. 298 – 332).

1924b, Ziele und Wege der stochastischen Grundlegung der statistischen Theorie. Там же, No. 4, pp. 433 – 493. Основные задачи стохастической теории статистики. В книге автора (1960, с. 162 – 221), перераб. вариант. Впервые опублик. на русск. яз. в несколько расширенном виде в ВС (1924, № 10 – 12, с. 5 – 67), затем в *Сборнике статей памяти Н. А. Каблукова*, т. 1. М., 1925, с. 297 – 359.

1925a, Das Geschlechtverhältnis der Geborenen als Gegenstand der statistischen Forschung. NST, Bd. 4, No. 2 – 3, pp. 291 – 328. Половой состав родившихся как предмет статистического исследования. В книге автора (1960, с. 334 – 362).

1925c, Место понятия ценности в статистической теории цены. В *Сборнике статей, посвященных П. Б. Струве*. Прага, с. 163 – 171.

1925d, *Grundbegriffe und Grundprobleme der Korrelationstheorie*. Leipzig – Berlin. *Основные проблемы теории корреляции*. М., 1926 и 1960. *Principles of the Mathematical Theory of Correlation*. London, 1939.

1925e, Asymptotic frequency distribution of the arithmetic means of n correlated observations for very great values of n. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. 88, pp. 91 – 104.

1925f, Der behördlich genehmigte Abort in Leningrad. JNÖS, Bd. 68, pp. 698 – 701.

1925g, Стохастическая связь и функциональная зависимость. *Русск. экономич. сб.*, вып. 1.

1925h, Цели и выгоды измерения тесноты стохастической связи. Там же, вып. 4, с. 29 – 63.

1926, шведск., по докладу **1918г.**, Теория устойчивости статистических рядов. В книге автора (1960, с. 224 – 239).

1928, Исходная задача математической теории приемов статистического исследования связи между тремя переменными. В сборнике 1969 г., упомянутом в **1923a**, с. 70 – 155.

1931, The mathematical foundations of the methods to be used in statistical investigation of the dependence between two chance variables. *Nordic Stat. J.*, vol. 3, pp. 71 – 84.

1960, *Вопросы статистики*. Сб. перепечаток и переводов. М.

2004, *Statistical Papers and Memorial Publications*. Berlin. Also at www.sheynin.de

2009a, *Архивные материалы, газетные и журнальные публикации*. Берлин. Также www.sheynin.de

2009b, *Письма К. Н. Гулькевичу 1919 – 1921*. Берлин. Публикация: Г. Кратц, К. Виттих, О. Б. Шейнин. Также www.sheynin.de

См. также Борткевич и Чупров (E2005).

В. Рецензии

1904a, Дмитриев В. К. (1904). *Экономические очерки*. М. Изв. ППИ, т. 1, №3 – 4, с. 284 – 287. Нем. перевод *Очерков*: Hannover, 1986.

1904b, Mitscherlich, A. (1904), Die Schwankungen der landwirtschaftlichen Reinerträge berechnet für einige Fruchtfolgen mit Hilfe der Fehlerwahrscheinlichkeitsrechnung. *Z. f. d. ges. Staatswiss.*, Ergänzungsbd 8. Там же, т. 2, № 1 – 2, с. 75 – 79.

1904c, *Свод отчетов фабричных инспекторов за 1902г.* (1904). СПб. Там же, с. 79 – 87.

1904d, *Состав служащих в промышленных заведениях в отношении подданства, языка и образовательного ценза* (1904). СПб. Там же, т. 2, № 3 – 4, с. 235 – 238.

1904e, *Материалы по статистике движения землевладения в России*, вып. 8 (1904). СПб. Там же, с. 238 – 253.

1905, Bowley, A.L. (1904), *Statistical Studies Relating to National Progress in Wealth and Trade since 1882*. London. Там же, т. 3, № 1 – 2, с. 133 – 138.

1907a, *Ежегодник России* (1906). СПб. Там же, т. 7, № 1 – 2, с. 251 – 256.

1907b, *Preußische Statistik. Die ländliche Verschuldung in Preussen* (1905 – 1906).

Berlin. Там же, с. 256 – 262.

1908 или позже, Кауфман, А. А. (1908), *Русская община в процессе ее зарождения и роста*. М. Рецензия не найдена.

1916, Отзыв о книге Новосельский (1916). Архив РАН, ф. 2, опись 1-1915, № 30/38-60. С комментариями Б. И. Карпенко. В книге Шейнин (2007, с. 37 – 50).

1921, Jahn, G. (1920), *Statistikens teknik og metode*. Kristiania. *Deutsches stat. Zentralbl.*, Bd. 13, No. 9 – 10, pp. 148 – 150.

1922a, Zizek F. (1921), *Grundriß der Statistik*. München – Leipzig. NST, Bd. 1, pp. 329 – 340.

1922b, *Westnik Statistiki, 1920 – 1922* (1922). NST, Bd. 1, pp. 353 – 360. *Вопросы статистики*, № 1, 1999, с. 11 – 13.

1922с, Ден, В.Э. *Положение России в мировом хозяйстве*. Пг. NST, Bd. 1, pp. 362 – 363.

1922d, Charlier (1920), *Vorlesungen über die Grundzüge der mathematischen Statistik*. Lund. *Deutsches stat. Zentralbl.*, Bd. 14, No. 1 – 2, pp. 22 – 23.

1922e, Simiand, Fr. (1922), *Statistique et expérience*. Paris. ASWSA, Bd. 50, № 2, с. 538 – 540.

1922f, Niceforo, A. (1921), *Les indices numeriques de la civilisation et du progres*. Paris. ASWSA, Bd. 50, No. 1, pp. 260 – 262.

1923a, Czuber, E. (1921), *Die statistischen Forschungsmethoden*. Wien. JNÖS, 3. Folge, Bd. 63, No. 4, pp. 378 – 379.

1923b, Gini C. (1922), Report on the problem of raw materials and foodstuffs. L'enquête de la Société des Nations. *Metron*, t. 2, No. 1 – 2. *Крестьянская Россия*, № 2 – 3, с. 236 – 240.

1923с, Волков, Е.З. (1922), *Аграрно-экономическая статистика России*. Там же, № 4, с. 193 – 196.

1923d, Zizek, F. (1922), *Fünf Hauptprobleme der statistischen Methodenlehre*. München – Leipzig. NST, t. 2, pp. 164 – 167.

1923e, Mortara (1920), *Lezioni di statistica economica e demografica*. Roma. NST, Bd. 2, pp. 167 – 170.

1923f, Winkler, W. (1923), *Die statistische Verhältniszahlen*. Wien. *Deutsches stat. Zentralbl.*, Jg. 15, No. 3 – 4, pp. 57 – 58.

1923g, Mortara G. (1922), *Prospettive economiche*. Citta di Castello. *Крестьянская Россия*, No. 2 – 3, с. 236 – 240. Также *Deutsches stat. Zentralbl.*, Jg. 15, No. 3 – 4, pp. 58 – 59.

1923h, Систематический обзор научной литературы Германии за 1914 – 1921 гг. Политическая экономия, социология, статистика. (1923). *Экономич. вестник* (Берлин), вып. 1, с. 187 – 191.

1923i, Рецензия на три источника: Gini, C., см. **1923b**; Gini, C., L'enquête de la Société des Nations sur la question des matières premières et des denrées alimentaires. Перевод англ. текста с дополнениями. *Metron*, t. 2, No. 1 – 2, 1922. Mortara G., см. **1923g**. *Крестьянская Россия*, No. 2 – 3, с. 236 – 240.

1924a, Porzig, C (1923), *Statistik im Industriebetrieb*. Stuttgart. ASWSP, Bd. 51, pp. 270 – 271.

1924b, Soper, H. E. (1922), *Frequency arrays*. Cambridge. NST, Bd. 3, pp. 414 – 417.

1925a, Czuber E. (1923), *Mathematische Bevölkerungstheorie*. Leipzig – Berlin. JNÖS, 3. Folge, Bd. 68, pp. 130 – 131.

1925b, Хотимский, В. И. (1925), *Выравнивание статистических рядов по методу наименьших квадратов (способ Чебышева)*. М. – Л., *Русск. экономич. сб.*, № 2, с. 166 – 168.

1925с, Митропольский, А. К. (1925), *Основы статистики*, т. 1. Л. Там же, с. 168 – 175.

1925d, Цинзерлинг, Д. (1925), *Практическое руководство статистики*. Л. Там же, № 2, с. 175 – 178.

1925e, Войтинский (1925). *Весь мир в цифрах*, кн. 1. Берлин. Там же, № 4, с. 194 – 197.

1925f, Марков (1924), *Исчисление вероятностей*. М. 4-е издание. В книге Ондар (1977, с. 167 – 170).

С. Статьи в газетах

За единственным отмеченным исключением все статьи были опубликованы в газете *Русские Ведомости*. Годы публикации напечатаны курсивом

- 1902**, Вопрос об оскудении Юга в Италии. 28.2 и 4.3, с. 2 и 3
- 1905**, Социалисты конституционно-демократической партии. 27.11, с. 2
- 1906a**, Статистические гадания. 6.3, с. 3 – 4
- 1906b**, Статистическая анкета и партийная рознь. 28.3, с. 4
- 1906с**, Как наши министры разбираются в аграрном вопросе. 8, 10, 13, 14.9, с. 2, 3, 2, 2 соответственно
- 1906d**, Кому служит Крестьянский банк. 28.9, с. 2 Подпись: А. А. Ч-в
- 1906e**, Наказ землеустроительным комиссиям. 5, 6, 15.10, с. 2, 2, 2 – 3
- 1906f**, Предвыборная агитация. Газета *Речь*, 14.10, с. 2
- 1906g**, Еще о наказе землеустроительным комиссиям. 15.10, с. 2 – 3.
- 1906h**, Ликвидация общины. 19 и 25.11, с. 3 и 2
- 1907a**, Циркуляр губернаторам о выделе из общины. 4.1, с. 2
- 1907b**, “Не нарушая чужих прав”. 24.1, с. 2
- 1907с**, Временный арендный закон и коренная аграрная реформа. 2.3, с. 2
- 1907d**, “Право на землю” в Государственной Думе. 4.4, с. 2
- 1907e**, О способах отвода дополнительных наделов. 19.4, с. 3
- 1907f**, Как быть с купчими крестьянскими землями при отводе дополнительных наделов? 21.4, с. 2 – 3
- 1907g**, Помещичий социализм. 20.5, с. 2
- 1907h**, Артур Юнг и его русские почитатели. 25.5, с. 2
- 1907i**, Хуторское хозяйство в мечтах и действительности. 14 и 17.8, с. 2 и 2
- 1907j**, Рабочий вопрос в частновладельческом хозяйстве Северной Германии. 16 и 18.9, с. 2 – 3 и 3
- 1907k**, Новые проблемы в учении о народонаселении. 19.10, с. 4
- 1907l**, Кризис помещичьего хозяйства в Италии. 3.11, с. 3 – 4
- 1907m**, “Историческая справка для крестьян”. 28.11, с. 2
- 1908a**, Реформы сверху и движение снизу в аграрном вопросе. 1.1, с. 4
- 1908b**, Из истории раздела общинных земель в Италии. 10 и 15.1, с. 4 и 2
- 1908с**, Указ 9-го ноября 1906 г. и тактика оппозиции в третьей Думе. 7.2, с. 2
- 1908d**, Передельная община в долине Рейна. 10.4, с. 4
- 1908e**, Портрет наших аграриев манчестерским карандашом. 28.5, с. 2
- 1908f**, Под флагом экономического либерализма. 6.8, с. 2
- 1908g**, Многообещающее начало. 30.10, с. 1 – 2
- 1908h**, Экскурсия г. Лыкошина в область статистических цифр. 31.10, с. 2
- 1908i**, “Полюбя своё, научись ценить чужое”. 2.11, с. 3
- 1908j**, Путешествия по Европе. 6.11, с. 2
- 1908k**, Статистический турнир. 9 и 12.11, с. 3 и 2
- 1908l**, Волоколамское травосеяние и защитники указа 9-го ноября. 20.11, с. 1 – 2
- 1908m**, Статистики Министерства внутренних дел. 23.11, с. 3
- 1908n**, В защиту статистики. 6.12, с. 2 – 3
- 1909a**, Ставка на сильных. 1.1, с. 5 – 6
- 1909b**, Указ 9-го ноября в Государственной Думе. 19.2, с. 2
- 1909с**, Основные вопросы теории массовых явлений. 3.12, с. 3 – 4
- 1910a**, Уроки жизни. 1.1, с. 5 – 6
- 1910b**, Выборочное исследование. 8 и 9.1, с. 2 и 3
- 1910с**, Крестьянский банк на службе дворянству. 1.12, с. 2
- 1910d**, Крестьянский банк и “ставка на сильных”. 9.12, с. 2
- 1911**, От закона 14-го июня назад к указу 9-го ноября. 30.1, с. 2
- 1912a**, Два юбилея. 1.1, с. 11
- 1912b**, Рецензия на книги Слущкий (1912) и Леонтович (1909 – 1911). 14.11, с. 4
- 1913a**, “Шапками закидаем”. 1.1, с. 21 – 22
- 1913b**, К предстоящей переписи населения. 4.10, с. 2 – 3
- 1913с**, Памяти В. К. Дмитриева. 5.10, с. 4
- 1913d**, Грустные рекорды. 20.10, с. 3
- 1914**, Закон больших чисел в современной науке. 1.1, с. 70 – 76

- 1915a**, Грозит ли Германии голод. 28.2, 4 и 7.3, с. 2 – 3, 2 и 5
1915b, Как живётся в Австро-Венгрии. 8 и 9.5, с. 5 и 2
1915c, Наши противники в борьбе с надвигающимся голодом. 17, 21, 23 и 31.5, 2, 7, 14.6; с. 2, 5, 4 – 5, 5, 5 и 2 – 3
1915d, Засуха в Германии и в Австро-Венгрии. 10.7, с. 2
1915e, Урожай в Венгрии. 14.7, с. 2
1915f, Германия в начале второго года войны. 25.9, 4, 7, 23, 24 и 28.10, 6, 11, 14 и 17.11, с. 3 – 4, 2 – 3, 2, 5, 4 – 5, 2, 2, 6, 5 и 4
1916a, Падение курса германской марки. 26 и 28.1, с. 5 и 4 – 5
1916b, К вопросу о “постных” днях. 31.1, с. 2 – 3
1916c, Урожай и народное продовольствие в Германии. 12 и 16.2, с. 2 и 5
1916d, Под гору. 19.2, с. 5
1916e, Из германской действительности. 11.3, с. 5
1916f, Блокада Германии. 22, 26 и 29.7, с. 2, 5 и 4 – 5
1916g, Как отражается война на брачности населения воюющих сторон. 22.10, с. 5
1916h, Война и падение рождаемости. 22.12, с. 2

D. Неопубликованные и утерянные сочинения

- 1896**, Математические основания теории статистики (теория вероятностей и статистический метод). Сочинение студента физико-математического факультета математического отделения 7-го семестра Александра Чупрова. Фонд Чупровых, 9/1
1897, Логика вероятного. Берлин. Библ. им. Горького, МГУ, фонд Чупровых, 9/2. Переработка части кандидатского сочинения автора. Содержание: Многообразие форм причинной связи; математическая вероятность.
Без даты, Die mittlere Lebensdauer. Рукопись. Фонд Чупровых, 3/1.
1905, Передовица о работе высшей школы в 1905 г., написанная для газеты *Сын отечества*. См. § 4.
Не ранее 1912г., Über wissenschaftliche Voraussage und ihre Grenze. Логика научного предвидения и его границы. Машинопись, название дано на двух языках. Приложены рукописные заметки на русском языке и вырезки из газет. Упомянуты, но не выписаны *формулы (Лапласа?) теории вероятностей для вероятности будущих событий*. Тема: динамика экономической деятельности. Фонд Чупровых, 10/4.
Не позже 1914 г. [Выборочные исследования в сельском хозяйстве.] Машинопись без заглавия. Фонд Чупровых, 4/8.
1916, Равное избирательное право и русская статистика населения. Машинопись, написанная в связи с предстоящими выборами в Учредительное собрание. Фонд Чупровых, 4/7. См. § 11.1.
До 1918, О математических основаниях теории устойчивости статистических рядов. Второй очерк. Рукопись пропала в *Изв. ППИ*. См. Чупров (1918 – 1919/1968, с. 156, прим. 14). Чупров имел на руках экземпляр рукописи, но счёл её устаревшей, см. его письмо Р. Фришу 20.2.25 (архив Борткевича в Упсале, Швеция).
До 1918, On the mathematical expectation of a positive integral power of the difference between the frequency and the probability of an event. *Изв. ППИ*. Такую ссылку дал Чупров (1918 – 1919, 1921; 1919, с. 195) на английском языке.
1920 – 1921, *Бюллетени мирового хозяйства*, 36 выпусков. См. наш § 5.
Без даты, Учебное руководство по страховой статистике. См. наш § 12.
1923, Стохастическая теория корреляции трех переменных. В письме Иссерлису 2.12.24, 27/3, Чупров сообщил, что собирается вернуться к рукописи с указанным названием *более года как готовой*. Тема: *взаимоотношения между видами поверхности регрессии и линий регрессии*.
1925a, Отзыв на статью Чубера (1923), см. наш § 7.6.
1925b, Статья из сборника или журнала, вышедшего в Праге и посвященная русскому вкладу в мировую культуру. Краткую выдержку из нее, *опубликованную 10 месяцев назад*, см. Аноним (E1926b).
Неоконченная рукопись без названия, содержащая *много ценного*. Статья Чупров (1931) является переводом *первой выдержки* из этой рукописи. Переводчик, Л. Иссерлис (там же, с. 71), надеялся выпустить и остальные её части, но этого не произошло.
Рукописи, найденные в Праге после смерти Чупрова, см. наш § 5.4
 Основы исчисления математических ожиданий.

Математические основы теории устойчивости статистических рядов. Очерк 1 и Приложение.

Без заглавия. Начальная фраза: Современники крупных социальных сдвигов... 3249 (?) страниц

Без заглавия. Начальная фраза: Die Korrelationstheorie wie sie gegenwärtig... 7 страниц

Без заглавия. Начальная фраза: Струве. В речах, которые будут произнесены сегодня... 9 страниц

Е. Литература о Чупрове или касающаяся его

Амфитеатров А. В. (1926), Некролог. Газ. *Возрождение* (Париж), 23 апреля.

Аноним (1907), А. А. Чупров. *Энци. Словарь Брокгауза и Ефрона*, доп. полутом 4, с. 875.

Аноним (1909), Диспут А. А. Чупрова. Газ. *Русск. Ведомости*, 3.12, с. 5.

Аноним (1926), Редакционное объявление о смерти А. А. Чупрова. Включает его Автобиографию (1913) без указания ее источника. *Русск. экономич. сб.*, № 5, на двух нумерованных страницах.

Аноним (1934), Чупров. БСЭ, 1-е изд., т. 61, с. 773.

Аноним (1957), Чупров. БСЭ, 2-е изд., т. 47, с. 481 – 482.

Анцыферов А. Н. (1926), Некролог А. А. Чупрова. Газ. *Возрождение* (Париж), 23 апреля.

Борткевич В. И. (1910), Задачи научной статистики. *Ж. Мин. Народн. Просвещения*, № 2, с. 346 – 372 второй пагинации.

Виноградова Н. М. (1928), О статистическом семинаре А. А. Чупрова. В сообщении *Заседание* (1928, с. 332 – 336).

--- (1957), Постановка преподавания у А. А. Чупрова. *Уч. зап. по статистике*, т. 3, с. 282 – 317.

Ден В. Э. (1926), Памяти А. А. Чупрова. Газ. *Красная газета*, 23 апреля, вечерн. выпуск.

--- (1928), Краткая биография и характеристика личности А. А. Чупрова. В сообщении *Заседание* (1928, с. 308 – 314).

Дружинин Н. К. (1963), Статистическая теория А. А. Чупрова. *Уч. зап. по статистике*, т. 7, с. 261 – 283.

--- (1974), Роль А. А. Чупрова в развитии статистической науки. ВС, № 10, с. 28 – 34.

Елисеева И. И. (1995), Статистическая школа А. А. Чупрова. *Вопросы статистики*, № 2, с. 40 – 43.

--- (1996), Наследие А. А. Чупрова. В книге Елисеева, Дмитриев, Сторчевой (1996, с. 15 – 19).

--- (1998), А. А. Чупров. В книге Елисеева и Дмитриев (1998, с. 77 – 89).

--- (2006), А. А. Чупров: судьба и вклад в науку. В книге *Российская и европейская экономическая мысль: опыт Санкт-Петербурга*. СПб, с. 7 – 28.

Елисеева И. И., Дмитриев А. Л. (1997), Письма А. А. Чупрова Д. А. Лутохину. *Изв. СПб унив. экономики и финансов*, № 2, с. 112 – 118.

--- (1998), *Статистики русского зарубежья*. СПб.

Елисеева И. И., Дмитриев А. Л., Сторчевой М. А. (1996), *А. А. Чупров. Материалы конференции к 70-летию со дня кончины*. СПб. Включена рукопись [Из личного дела А. А. Чупрова] (1918 или несколько более поздняя), с. 59 – 60.

Заседание (1928), Торжественное заседание Совета экономич. фак. 1926 г. памяти А. А. Чупрова. *Изв. экономич. фак. Ленингр. политехнич. инст.*, № 1 (25), с. 307 – 350).

Иоффе А. Ф. (1928), А. А. Чупров. В сообщении *Заседание* (1928, с. 315 – 316).

Каминка А. (1926), А. А. Чупров. Газ. *Руль*, Берлин, 21 апреля, с. 1 – 2.

Карпенко Б. И. (1928), Постановка преподавания статистики у А. А. Чупрова. В сообщении *Заседание* (1928, с. 336 – 344).

--- (1957), Жизнь и деятельность А. А. Чупрова. *Уч. зап. по статистике*, т. 3, с. 282 – 317.

Кон С. С. (1926), А. А. Чупров как учёный и учитель. В сб. *Памяти* (1926, с. 13 – 31). Немецкий вариант: Kohn St. S. (1926), A. A. Tschuprow als Gelehrter und Lehrer. NST, Bd. 5, pp. 171 – 194.

- Куницын Н. В.** (рукопись), Памяти А. А. Чупрова. В книге Шейнин (2007, с. 273 – 275).
- Лифшиц Ф.** (1958), К вопросу об оценке работ А. А. Чупрова и С. Пуассона. ВС, № 4, с. 70 – 78.
- Лутохин Д. А.** (1928), А. А. Чупров. В статье Елисева и Дмитриев (1997, с. 116 – 117).
- Маресс Л. Н.** (1928), Значение А. А. Чупрова для статистики в России. В сообщении *Заседание* (1928, с. 319 – 323).
- Марков А. А.** (1911), Об основных положениях исчисления вероятностей и о законе больших чисел. В книге Ондар (1977, с. 171 – 177).
- Никольский Вс. В.** (1928), А. А. Чупров как статистик-идеолог. В сообщении *Заседание* (1928, с. 323 – 327).
- Новосельский С. А.** (1928), А. А. Чупров как демограф. В сообщении *Заседание* (1928, с. 327 – 332).
- Ондар Х. О.** (1974), О взаимном влиянии академика А. А. Маркова и профессора А. А. Чупрова в области научной методологии. *История и методология науки*, вып. 16, с. 154 – 158.
- (1977), *О теории вероятностей и математической статистике. Переписка А. А. Маркова и А. А. Чупрова*. М.
- Памяти** (1926), *Памяти А. А. Чупрова*. Прага. Сборник из двух докладов (В. А. Розенберг, С. С. Кон), также опубликованных в *Русск. экономич. сб.*, вып. 6, 1926, с. 5 – 15 и 15 – 33.
- Прокопович С., Розенберг В., Кон С.** (1926, рукопись), Записка об издании сборника статей по статистике и экономике, посвященного памяти проф. А. А. Чупрова. В книге Чупров (2009а, с. 16 – 23).
- Птуха М.** (1926), Международный статистический институт и его шестнадцатая сессия. ВС, № 1 – 6, с. 155 – 192.
- Розенберг В. А.** (1926), Несколько биографических черт [А. А. Чупрова]. В сб. *Памяти* (1926, с. 3 – 13).
- Романовский В. И.** (1923), Рецензия на статью Чупров (1918 – 1919). ВС, № 1 – 3, с. 255 – 260.
- Сперанская О. А.** (рукопись), Детство А. А. Чупрова. Из воспоминаний старшей сестры. В книге Шейнин (2007, с. 102 – 109).
- Старовский В. Н.** (1933), Экономическая статистика. БСЭ, 1-е изд., т. 63, с. 279 – 283.
- Струве П., Зайцев К., Никольский П. А.** (1926), Три некролога А. А. Чупрова под общим заглавием. Газ. *Возрождение* (Париж), 22 апреля, с. 2. Также в книге Чупров (2009а, с. 34 – 43).
- Струве П., Лаппо-Данилевский А., Дьяконов М.** (1917), Записка об учёных трудах профессора А. А. Чупрова. В книге Елисева и др. (1996, с. 56 – 59).
- Струмилин С. Г.** (1957), *Из пережитого*. М.
- Федяевский Г. К.** (1926), Некролог А. А. Чупрова. Газ. *Возрождение* (Париж), 31 мая.
- Чепарухин В. В.** (1996), Книжные фонды Статистического кабинета им. А. А. Чупрова в СПб Гос. техн. унив. В книге Елисева и др. (1996, с. 41 – 46).
- Четвериков Н. С.** (1926, рукопись), А. А. Чупров. Биография. Архив РАН, ф. 1650, опись 2, дело 13, №№ 1 – 45. Приложена здесь, в конце основного текста.
- (1928), Статистические идеи А. А. Чупрова. В сообщении *Заседание* (1928, с. 316 – 319).
- (1959), А. А. Чупров как демограф. В книге автора (1975, с. 244 – 260).
- Чупрова Е.** (1926), Письма К. Пирсону. Pearson Papers 719/9, University College London. *Вопросы статистики*, No. 3, 2001, с. 62 – 64.
- Anderson, O.** (1926, болг.), Zum Gedächtnis an Professor Tschuprow. *Ausgew. Schriften*, Bd. 1. Tübingen, 1963, pp. 28 – 38.
- Andersson T.** (1929), Statistics or chaos. *Nordic Stat. J.*, vol. 1, pp. 13 – 32.
- Anonymous** (1926а), Resolution of condolence adopted by the Royal Statistical Society. *Русск. экономич. сб.*, № 6, pp. 3 – 4.
- Bortkiewicz L.** (1926, шведск.), A. A. Chuprov. NST, Bd. 5, No. 2 – 3, pp. 163 – 166. Перевод: Шейнин (2007, с. 33 – 36).
- Chetverikov N. S.** (1926а), Al. A. Tschuprow, 1874 – 1926. *Metron*, t. 6, No. 3 – 4, pp. 314 – 320.

- Crawthorn A. R.** (1940), Review of Chuprov (1925d/1939). *Bull. Amer. Math. Soc.*, vol. 46, p. 389.
- Frisch R.** (1927), Sur les semi-invariants et moments employés dans l'étude des distributions statistiques. *Skrifter Norske Videnskap-Akad. Oslo, Hist.-Filos. Kl.*, 1926. Separate paging.
- Georgievski P.** (1927), Tchouproff Alexandre. *Bull. Inst. Intern. Stat.*, t. 22, No. 1, pp. 345 – 349.
- Greenwood M.** (1926), Professor Chuprov on theory of correlation. *JRSS*, vol. 89, No. 2, pp. 320 – 325.
- Greenwood M., Isserlis L.** (1927), Historical note on the problem of small samples. *JRSS*, vol. 90, No. 2, pp. 347 – 352.
- Gulkevitch K.** (1926, шведск.), A. A. Chuprov. *NST*, Bd. 5, No. 2 – 3, 167 – 170. Перевод: Шейнин (2007, с. 168 – 171).
- Heyde, C. C., Seneta, E., Editors** (2001), *Statisticians of the Centuries*. New York.
- Isserlis L.** (1926), Obituary of Chuprov. *JRSS*, vol. 89, pp. 619 – 622.
- Kendall M. G.** (1939), Review of Chuprov (1925d/1939), *JRSS*, vol. 102, pp. 451 – 452.
- Keynes, J. M.** (1921), *Treatise on Probability*. Comprises Keynes (1973).
 --- (1926), Professor A. A. Tschuprow. *Econ. J.*, vol. 36, pp. 517 – 518. In Keynes (1973, pp. 321 – 322).
 --- (1973), *Coll. Writings*, vol. 8. London.
- Kohn S. S.** (1930), Chuprov. *Enc. Social Sciences*, vol. 3, pp. 462 – 463.
- Neyman J.** (1939), Review of Chuprov (1925d/1939), *J. Amer. Stat. Assoc.*, p. 755.
- Pearson K.** (1927), Another “Historical note on the problem of small samples”. *Biometrika*, vol. 19, pp. 207 – 210.
- Rietz H. L.** (1926), Review of Chuprov (1925d). *Bull. Amer. Math. Soc.*, vol. 32, pp. 561 – 562.
- Seneta E.** (1985), Sketch of the history of survey sampling in Russia. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. A148, pp. 118 – 125.
 --- (1987), Chuprov on finite exchangeability, expectation of ratios and measures of association. *Hist. Math.*, vol. 14, pp. 243 – 257.
 --- (1997), Chuprov A. A. *Enc. of Statistical Sciences*, 2nd edition. Hoboken, NJ, 2006, vol. 2, pp. 944 – 947.
 --- (2001), Chuprov. In Heyde & Seneta (E2001, pp. 303 – 307).
- Slutsky E. E.** (1926), A. A. Chuprov. *Z. angew. Math. Mech.*, Bd. 6, pp. 337 – 338.
- Struve P.** (1936), Zum Problem des sog. wirtschaftlichen Gleichgewichtes. *Z. f. Nationalökonomie*, Bd. 7, pp. 483 – 532. Параграф 2 посвящён памяти А. А. Чупрова.

Остальные источники

- Бауер Р. К.** (1955, нем.), Теория дисперсии Лексиса в её отношениях к новым течениям статистической методологии. В книге Четвериков (1968b, с. 225 – 238).
- Белянова Е., Комлев С.** (1988), Документ эпохи. *Мировая экономика и международн. отношения*, № 9, с. 61 – 63.
- Боголюбов А. Н., Матвиевская Г. П.** (1997), *В. И. Романовский*. М.
- Буняковский В. Я.** (1846), *Основания математической теории вероятностей*. СПб.
- Васильев А. В.** (1885), *Теория вероятностей*. Казань.
- Виноградова М. М.** (1916), *Потребление водки в России и урожай*. Пг.
- Влияние** (1897), *Влияние урожаев и хлебных цен на некоторые стороны русского народного хозяйства*, тт. 1 – 2. Ред., А. И. Чупров, А. С. Посников. СПб.
- Гнеденко Б. В.** (1960), Е. Е. Слуцкий (биографический очерк). В книге Слуцкий (1960, с. 5 – 11).
- Граве Д.** (1912), *Математика страхового дела. Изв. Киевск. коммерч. инст.*, кн. 16, с. I – IV + 1 – 88 второй пагинации.
- Гродзенский С. Я.** (1987), *А. А. Марков*. М.
- Гурьев А.** (1921), Происхождение выборочного исследования и первые его опыты в России. *ВС*, № 1 – 4, с. 11 – 48.
- Давидов А. Ю.** [1854], *Лекции математической теории вероятностей*. Без года, без места.
- Декарт Р.** (1637, франц.), *Рассуждение о методе*. М. 1953.
- Дмитриев А. Л.** (1998), С. Н. Прокопович. В книге Елисеева и др. (E1998, с. 67 – 77).

- Елисеева И. И.** (1998), Оскар Андерсон. В книге Елисеева и др. (Е1998, с. 12 – 22).
- Елисеева И. И., Волков А. Г.** (1999), Е. Е. Слуцкий: жизнь и деятельность. *Изв. СПб унив. экономики и финансов*, № 1, с. 113 – 121.
- Емелях Л. И.** (1954), Дело об отлучении от церкви академика А. А. Маркова. *Вопр. истории религии и атеизма*, т. 2, с. 397 – 411.
- Зиновьев Г. Е.** (1927), Манифест кулацкой партии. *Коммунист*, № 13, с. 33 – 47.
- Ибрагимов И. А., Прохоров Ю. В., Ченцов Н. Н., Чибисов Д. М.** (1999), Математическая статистика. В книге Прохоров (1999, с. 326 – 331).
- Карпенко Б. И.** (1975), Жизнь и научная деятельность Н. С. Четверикова. В книге Четвериков (1975, с. 5 – 19).
- Кауфман А. А.** (1911), *Статистика, её приёмы и значение для общественных наук*. М.
 --- (1912), *Теория и методы статистики*. М.
 --- (1917), К вопросу о значении измерений дисперсии. *СВ*, № 1 – 2, с. 1 – 60.
- Ковалевский А. Г.** (1924), Основы теории выборочного метода. *Уч. зап. Саратовск. унив., фак. хозяйства и права*, т. 2, № 4, с. 60 – 138.
- Колмогоров А. Н.** (1948а), Е. Е. Слуцкий. *Успехи математич. наук*, т. 3, № 4 (26), с. 143 – 151.
 --- (1948б), Основные задачи теоретической статистики. Резюме. В сборнике *Второе всесоюзное совещание по математической статистике*. Ташкент, с. 216 – 220.
 --- (1954), [Доклад на совещании]. В анонимном сообщении о Конференции по статистике. *ВС*, № 5, с. 39 – 95. Его сообщение помещено на с. 46 – 47.
- Колмогоров А. Н., Прохоров Ю. В.** (1974), Математическая статистика. БСЭ, 3-е издание, т. 15, с. 480 – 484.
- Кольман А. (Е.)** (1982), *Мы не должны были так жить. We should not have lived that way*. Заглавие на двух языках. New York.
- Комлев С. А., Манелля А. И.** (1990), Н. С. Четвериков. *Вопр. истории народн. хоз. и экономич. мысли*, вып. 1, с. 319 – 322.
- Кон С. С., Kohn S. S.** (1917), *К вопросу о применении выборочного метода при разработке сельскохозяйственных переписей*. Пг.
- Kohn S. S., Meyendorff A. F.** (1932), *The Cost of War to Russia*. New York, 1973.
- Кондратьев Н. Д.** (1927), Критические заметки о планировании народного хозяйства. *Плановое хозяйство*, № 4, с. 1 – 33.
- Косинский В. А.** (1890), О приёмах разработки статистических материалов. М.
- Крамер Г.** (1946, англ.), *Математические методы статистики*. М., 1948.
 --- (1976, англ.), *Полвека с теорией вероятностей: наброски воспоминаний*. М., 1979.
 --- (1981), Mathematical probability and statistical inference. *Intern. Stat. Rev.*, vol. 49, pp. 309 – 317.
- Курно О.** (1843, франц.), *Основы теории шансов и вероятностей*. М., 1970.
- Куртуа С. и др.** (1997, франц.), *Чёрная книга коммунизма*. М., 1999.
- Лахтин Л. К.** (1904), О методе Пирсона в приложениях теории вероятностей к задачам статистики и биологии. *Математич. Сб.*, т. 24, с. 481 – 500.
- Леонтович А.** (1909 – 1911), *Элементарное пособие к применению методов Гаусса и Пирсона*, части 1 – 3. Киев.
- Луначарский А. и др.** (1991), *Силуэты. Политические портреты*. М.
- Макашёва Н.** (1988), Н. Д. Кондратьев – краткий биографический очерк. *Миров. экономика и международн. отношения*, № 9, с. 59 – 61.
- Максимович В. П.** (1888), О законе вероятностей случайных величин и применение его к одному вопросу учебной статистики. *Унив. изв.* (Киев), год 28-й, № 1, с. 1 – 21.
- Манелля А. И.** (1998), Жизнь и научная деятельность Н. С. Четверикова. *Вопросы Статистики*, № 10, с. 94 – 96.
- Марков А. А. младший** (1951), Биография А. А. Маркова старшего. В книге Марков старший (1951, с. 599 – 613).

А. А. Марков старший

- примерно 1883**, *Теория вероятностей*. Лекции. Литография. [СПб.] До 1891 г. вышло ещё 4 литографированных изданий лекций Маркова.
- 1900**, *Исчисление вероятностей*. СПб, 1908, 1913. Посмертное издание: М., 1924. Нем. перевод: Leipzig – Berlin, 1912.

- 1906**, Распространение закона больших чисел на величины, зависящие друг от друга. В книге автора (1951, с. 339 – 361).
- 1907**, Исследование замечательного случая зависимых испытаний. *Изв. Импер. Акад. Наук*, 6-я сер., т. 1, № 3, с. 61 – 80.
- 1911**, отгиск, Отповедь П. А. Некрасову. Публикация: *Математич. сб.*, т. 28, 1912, с. 215 – 227.
- 1914а**, О вероятности a posteriori (вторая заметка). *Сообщения Харьковск. математич. общ.*, 2-я сер., т. 14, № 3, с. 105 – 112.
- 1914**, Двухсотлетие закона больших чисел. В книге Ондар (Е1977, с. 171 – 177).
- 1915**, О проекте П. С. Флорова и П. А. Некрасова. *Ж. Мин. народн. просв.*, № 5, с. 26 – 34 раздела Современная летопись.
- 1916а**, О коэффициенте дисперсии для малых чисел. *Страховое обозрение*, № 2, с. 55 – 59.
- 1916б**, О коэффициенте дисперсии. В книге автора (1951, с. 523 – 535).
- 1917**, О некоторых предельных формулах исчисления вероятностей. Там же, с. 573 – 585.
- 1922**, О коэффициенте дисперсии (вторая заметка). Там же, с. 537 – 547.
- 1951**, *Избранные труды*. Без места (Москва).
- Митропольский А. К.** (1925), *Основы статистики*, т. 1. Л.
- Мордух Я.** (1923), О связанных испытаниях, отвечающих условию стохастической коммутативности. *Тр. русских учёных за границей*, т. 2. Берлин, с. 102 – 125.
- Научное* (1991), *Научное наследство*, т. 17. Л.
- Научные* (1934), *Научные работники Ленинграда*. Л.

П. А. Некрасов

- 1887/1888**, *Теория вероятностей*. Литография. Без года, без места.
- 1893/1894**, То же, второе издание. Литография. Без года, без места.
- 1896**, То же. Типографское издание. М. Второе издание: СПб, 1912.
- 1902**, *Философия и логика науки*. М.
- 1910**, Статистические концентрации и свободная причинная связь. *Ж. Мин. народн. просвещения*, № 5, с. 207 – 211 раздела Критика и библиография.
- 1915**, Теория вероятностей и математика в средней школе. Там же, № 2, с. 65 – 127; № 3, с. 1 – 43; № 4, с. 94 – 125 разделов Современная летопись.
- Новосельский С. А.** (1916), *Смертность и продолжительность жизни в России*. Пг.
- Покотилов А. Д.** (1909), *Первый опыт государственного страхования в России. Десять лет пенсионной кассы служащих на казённых железных дорогах*. Мы только видели реферат: Idelson W. (1910), *Z. f. die gesamte Versicherungs-Wiss.*, Bd. 10, p. 169.
- Прохоров Ю. В., редактор** (1999), *Вероятность и математическая статистика*. Энциклопедия. М.

В. И. Романовский

- 1912**, *Закон больших чисел и теорема Бернулли*. Варшава.
- 1923а**, *Элементы теории корреляции*. Ташкент.
- 1922б**, О линейной корреляции двух величин. ВС, № 9 – 12, с. 23 – 28.
- 1922с**, О корреляционном отношении. Там же, с. 29 – 33.
- 1922д**, Вероятности связанных признаков и их применения в статистике. Там же, с. 34 – 41.
- 1924а**, Теория вероятностей и статистика. ВС, № 4 – 6, с. 1 – 38; № 7 – 9, с. 5 – 34.
- 1924б**, *Элементарный курс математической статистики*. М.
- 1926**, О распределении средней арифметической в сериях независимых испытаний. *Изв. АН СССР*, сер. 6, т. 20, № 12, с. 1087 – 1106.
- 1927**, Теория статистических констант. По некоторым работам Р. А. Фишера. ВС, № 1, с. 224 – 266.
- 1938**, *Математическая статистика*. М. – Л.
- 1953**, О математической обработке результатов измерений. *Тр. Моск. инст. инженеров геодезии, аэрофотосъемки и картографии*, № 15, с. 17 – 20.
- 1959 – 1964**, *Избранные труды*, тт. 1 – 2. Ташкент.
- Росинский С. Д.** (1950), *Б. К. Млодзеевский*. М.

Е. Е. Слуцкий, Е. Е. Slutsky

- 1912**, *Теория корреляции и элементы учения о кривых распределения*. Киев.
- 1914а**, Сэр В. Петти. Киев.
- 1914б**, On the criterion of goodness of fit of the regression lines and on the best methods of fitting them to the data. *JRSS*, vol. 77, pp. 78 – 84.

- 1916, Статистика и математика. СВ, № 3 – 4, с. 104 – 120.
- 1923, О некоторых схемах корреляционной связи и о систематической ошибке эмпирического значения коэффициента корреляции. ВС, № 1 – 4, с. 31 – 50.
- 1925a, К вопросу о законе больших чисел. ВС, № 7 – 9, с. 1 – 55.
- 1925b, Über stochastische Asymptoten und Grenzwerte. *Metron*, t. 5, No. 3, pp. 3 – 89.
- О стохастических асимптотах и пределах. В книге автора (1960, с. 25 – 93).
- 1960, *Избранные труды*. М.
- Соловьев А. Д. (1997), П. А. Некрасов и центральная предельная теорема. ИМИ, вып. 2(37), с. 9 – 22.
- Соминский М. С. (1964), *А. Ф. Иоффе*. М. – Л.
- Типольт А. Н. (1972), Из истории Демографического института Академии Наук СССР (1930 – 1934). В сборнике *Советская статистика за полвека*, вып. 2 (*Уч. зап. по статистике*, вып. 20), с. 72 – 99.
- Фортунатов А. (1914), Памяти П. Д. Азаревича. СВ, № 1 – 2, с. 233 – 238.
- Хинчин А. Я. (1928), Усиленный закон больших чисел и его значение для математической статистики. ВС, № 1, с. 123 – 128.
- Чебышев П. Л. (1867), О средних величинах. *Полн. собр. соч.*, т. 2. М. – Л., 1947, с. 431 – 437.

Н. С. Четвериков

- 1915, Метод index numbers. В книге автора (1975, с. 20 – 61).
- 1919, О выборочном исследовании. В книге автора (1963, с. 221 – 237).
- 1922, Несколько слов о работах В. И. Романовского. ВС, № 9 – 12, с. 41 – 46.
- 1957, Логическая структура методов и показателей теории корреляции, изложенная в векторном отображении. *Уч. зап. по статистике*, т. 3, с. 325 – 347.
- 1959, Жизнь и научная деятельность Е. Е. Слуцкого. В книге автора (1975, с. 261 – 281).
- 1963, *Статистические и стохастические исследования*. М.
- 1968a, Замечания к работе В. Лексиса (1879). В книге автора (1968b, с. 39 – 54).
- 1968b, *О теории дисперсии*. М. Составитель и переводчик статей сборника.
- 1975, *Статистические исследования*. М. Сборник статей автора.
- Шейнин О. Б., Sheynin O. (1970a), Anderson. *Dict. Scient. Biogr.*, vol. 1, pp. 154 – 155.
- (1970b), Bortkiewicz. *Dict. Scient. Biogr.*, vol. 2, pp. 318 – 319.
- (1971), Рецензия на книгу Курно (1843/1970). *Экономика и математич. методы*, № 4, с. 635 – 636.
- (1978), Poisson's work in probability. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 18, pp. 245 – 300.
- (1982), On the history of medical statistics. *Ibidem*, vol. 26, pp. 241 – 286.
- (1984), On the history of the statistical method in meteorology. *Ibidem*, vol. 31, pp. 53 – 95.
- (1985), On the history of the statistical method in physics. *Ibidem*, vol. 33, pp. 351 – 382.
- (1986), Quetelet as a statistician. *Ibidem*, vol. 36, pp. 281 – 325.
- (1989), Markov's work on probability. *Ibidem*, vol. 39, pp. 337 – 377; vol. 40, p. 387.
- (1990), К истории статистического метода в естествознании. ИМИ, вып. 32 – 33, с. 384 – 408.
- (1991, англ.), Понятие случайности от Аристотеля до Пуанкаре. ИМИ, вып. 1 (36), № 1, 1995, с. 85 – 105.
- (1993a), Публикации А. А. Маркова в газете *День*, 1914 – 1915 гг. ИМИ, вып. 34, с. 194 – 209.
- (1993b), Chuprov, Slutsky and Chetverikov: some comments. *Hist. Math.*, vol. 20, pp. 247 – 254.
- (1995), Переписка П. А. Некрасова и А. И. Чупрова. ИМИ, вып. 1(36), No. 1, с. 159 – 167.
- (1997), А. А. Марков и страхование жизни. ИМИ, вып. 2 (37), с. 22 – 33.
- (1998, нем.), Статистика и идеология в СССР. ИМИ, вып. 6 (41), 2001, с. 179 – 198. Статья отредактирована без нашего ведома и согласия. Полный вариант в книге *Российская и европейская экономическая мысль: опыт Санкт-Петербурга*. Вып. 2005. СПб, 2006, с. 97 – 119.
- (1999), Statistics, definitions of. *Enc. of Stat. Sciences*, 2nd edition. Hoboken, NJ, 2006, vol. 12, pp. 8128 – 8135.
- (2003), Nekrasov's work on the central limit theorem. The background. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 57, pp. 337 – 353.

--- (2006, англ.), Математическая обработка наблюдений у Маркова. ИМИ, вып. 13 (48), 2009, с. 110 – 128.

--- (2007), *Четвёртая хрестоматия по истории теории вероятностей и статистики*. Берлин. Также www.sheynin.de

--- (2008a), *Пятая хрестоматия по истории теории вероятностей и статистики*. Берлин. Также www.sheynin.de

--- (2008b), Borkiewicz' alleged discovery: the law of small numbers. *Hist. Scientiarum*, vol. 18, pp. 36 – 48.

--- (2008c), Romanovsky's correspondence with K. Pearson and R. A. Fisher. *Archives Intern. d'Histoire des Sciences*, vol. 58, No. 160 – 161, pp. 365 – 384.

--- (2009), *Theory of Probability. Historical Essay*. Berlin. Also at www.sheynin.de

--- (2010), Karl Pearson a century and a half after his birth. *Math. Scientist*, vol. 35, pp. 1 – 9.

Ястремский Б. С. (1913), Закон “достаточно” больших чисел при оценке устойчивости статистических рядов. В книге автора (1964, с. 13 – 32).

--- (1920), Теория изменяемости статистических рядов. В книге автора *Труды по статистике*. М., 1937, с. 125 – 131.

--- (1925), Рецензия на книгу Митропольский (1925). ВС, № 7 – 9, с. 243 – 249.

--- (1957), Легенда о чудодейственной роли закона больших чисел. В книге автора (1964, с. 140 – 145).

--- (1964), *Избранные труды*. М.

О. Anderson , О. Андерсон,

1914, Nochmals über “the elimination of spurious correlation” [concerns Student 1914]. *Biometrika*, vol. 10, pp. 269 – 279. Перепечатка: Anderson (1963, Bd. 1, pp. 1 – 11).

1919, *Внешняя торговля Украины в 1918 году*. Киев.

1923, Über ein neues Verfahren bei Anwendung der “variate-difference” Methode. *Biometrika*, vol. 15, pp. 134 – 149, 423. Перепечатка: Anderson (1963, Bd. 1, pp. 12 – 27).

1926 – 1927, Über die Anwendung der Differenzenmethode (variate difference method) bei Reihenausgleichungen. Там же, vol. 18, pp. 293 – 320; vol. 19, pp. 53 – 86.

Перепечатка: Anderson (1963, Bd. 1, pp. 39 – 100). Сокращённый русский вариант: О методе последовательных конечных разностей. *Сб. статей, посвящённых П. Б. Струве*. Прага, 1925, с. 9 – 27.

1927, On the logic of the decomposition of statistical series into separate components. *JRSS*, vol. 90, No. 3, pp. 548 – 569. Перепечатка: Anderson (1963, Bd. 1, pp. 101 – 122).

1932, Ladislaus von Bortkiewicz. *Z. f. Nationalökonomie*, Bd. 3, pp. 242 – 250. Перепечатка: Anderson (1963, Bd. 2, pp. 530 – 538).

машинопись 1946, нем., Биографические заметки, 4с. Archiv, Ludwig-Maximilians Univ. München, II-734.

1957, *Probleme der statistischen Methodenlehre in den Sozialwissenschaften*. Würzburg. 3-е издание.

1959, Mathematik für marxistisch-leninistische Volkswirte. *JNÖS*, 3. Folge, Bd. 171, pp. 293 – 299.

1963, *Ausgewählte Schriften*, Bde 1 – 2. Ред., Н. Kellerer, W. Mahr, G. Schneider, H. Strecker. Tübingen.

Andersson T. (1931), Ladislaus von Bortkiewicz, 1868 – 1931. *Nordic Stat. J.*, vol. 2, pp. 9 – 26.

1948, *Early Statistical Papers*. Editor, E. S. Pearson. Cambridge, 1956.

Bennett J. H. (1990), *Statistical Inference and Analysis. Selected Correspondence of R. A. Fisher*. Oxford.

Bernoulli J., Бернулли Я. (1713), *Ars Conjectandi. Werke*, Bd. 3. Basel, 1975, pp. 107 – 259.

--- (1986), *О законе больших чисел*. М. Включает перевод 4-й части книги (1713), текст статьи Маркова (1914), комментарии О. Б. Шейнина и Ю. В. Прохорова (редактора) и биографию Бернулли (А. П. Юшкевич).

Bertrand J. (1888), *Calcul des probabilités*. Paris, 1907; New York, 1970, 1972.

Bohlmann G. (1909), Die Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeits-Rechnung in ihrer Anwendung auf die Lebensversicherung. *Atti IV Congr. Intern. Matem. 1908*. Roma, t. 3, pp. 244 – 278.

--- (1913), Formulierung und Begründung zweier Hilfsätze der mathematischen Statistik. *Math. Ann.*, Bd. 74, pp. 341 – 409.

V. I. Bortkewitsch, Bortkevich (L. von Bortkiewicz), В. И. Борткевич

1893, *Die mittlere Lebensdauer*. Jena.

- 1894 – 1896**, Kritische Betrachtungen zur theoretischen Statistik. JNÖS, 3. Folge, Bd. 8, pp. 641 – 680; Bd. 10, pp. 321 – 360; Bd. 11, pp. 701 – 705. Критическое рассмотрение некоторых вопросов теоретической статистики. В книге Четвериков (1968b, с. 55 – 137). Русский перевод содержит рукописные замечания Чупрова, вписанные им на своём экземпляре статьи.
- 1897**, Несчастные случаи [на производстве]. *Энци. словарь Брокгауза и Ефрона*, полутом 40, с. 925 – 930.
- 1898**, *Das Gesetz der kleinen Zahlen*. Leipzig.
- 1901a**, O stopniu dokladnosti spoczynnika rozbieznosci. *Wied. Mat.*, t. 5, pp. 150 – 157.
- 1901b**, Über den Präcisionsgrad des Divergenzcoefficienten. *Mitt. Verb. österr. u. ungar. Versicherungs-Techniker*, No. 5, pp. 1 – 3.
- 1903**, Теория вероятностей и борьба с крамолой. *Освобождение*. Stuttgart, кн. 1, с. 212 – 219. Подпись Б. Своё авторство Борткевич указал позднее (E1910, с. 353). Опубликовано лишь в части тиража.
- 1904**, Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf Statistik. *Enc. math. Wiss.*, Bd. 1, Tl. 2. Leipzig, pp. 822 – 851.
- 1906**, Der wahrscheinlichkeitstheoretische Standpunkt im Lebensversicherungswesen. *Österr. Rev.*, No. 24 – 28.
- 1910**, Zur Verteidigung des Gesetzes der kleinen Zahlen. JNÖS, 3. Folge, Bd. 39, pp. 218 – 236.
- 1913**, *Die radioaktive Strahlung*. Berlin.
- 1915**, Realismus und Formalismus in der mathematischen Statistik. *Allg. stat. Arch.*, Bd. 9, No. 2/3, pp. 225 – 256.
- 1917**, *Die Iterationen*. Berlin.
- 1921**, О мере точности коэффициента дисперсии. ВС, № 1 – 4, с. 5 – 10.
- 1922**, Knapp als Statistiker. *Wirtschaftsdienst*, März, Beilage zu No. 9, pp. 10 – 12.
- 1930**, Lexis und Dormoy. *Nord. Stat. J.*, vol. 2, pp. 37 – 54.
- Cantelli F. P.** (1916), La tendenza ad un limite nel senso del calcolo della probabilità. *Rendiconti del circolo matematico di Palermo*, t. 41, pp. 191 – 201.
- Carnap R.** (1951), *Logical Foundations of Probability*. Chicago.
- Cave-Brown-Cave F. E.** (1904), On the influence of the time factor on the correlation between the barometric heights. *Proc. Roy. Soc.*, vol. A74, pp. 403 – 413.
- Czuber E.** (1923), Lineare Ausgleichung und Korrelation. *Arch. f. ges. Psychol.*, Bd. 44, pp. 172 – 182.
- Elderton W. Palin** (1906), *Frequency Curves and Correlation*. London. [4th edition: Washington, 1953.]
- Ellis R. L.** (1854), Remarks on the fundamental principle of the theory of probability. In author's *Mathematical and Other Writings*. Cambridge, 1863, pp. 49 – 52.
- Fels E. M.** (1978), Anderson. В книге Kruskal & Tanur (1978, vol. 1, pp. 1 – 3).
- Filon L. N. G., Pearson K.** (1898), On the probable errors of frequency constants and on the influence of random selection on variation and correlation. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, vol. A191, pp. 229 – 311.
- Finetti B., De** (1978), Probability. Interpretation. В книге Kruskal & Tanur (1978, vol. 2, pp. 744 – 751).
- Gauss C. F., Гаусс К. Ф.** (1816, нем.), Определение точности наблюдений. В книге автора *Избр. геодезич. соч.*, т. 1. М., 1957, с. 121 – 128.
- (1823, латин.), Теория комбинаций наблюдений, ч. 1. Там же, с. 17 – 36.
- Gini C.** (1962), *La logica nella statistica*. Torino.
- Guldberg A.** (1922), Zur Dispersionstheorie der statistischen Reihen. *Skand. Aktuarietidskr.*, t. 5, pp. 106 – 114.
- Harris J. A.** (1909), A short method of calculating the coefficient of correlation in the case of integral variates. *Biometrika*, vol. 7, pp. 214 – 218.
- Helmert F. R.** (1872), *Die Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate*. Leipzig. [Later editions: Leipzig, 1907; Leipzig – Berlin, 1924.]
- Hertz S.** (2001), Ladislaus von Bortkiewicz. In Heyde & Seneta (E2001, pp. 273 – 277).
- Heyde C. C., Seneta E.** (1977), *I. J. Bienaymé*. New York.
- Hooker R. H.** (1908), An elementary explanation of correlation. *Q. J. Roy. Meteorological Soc.*, vol. 34, pp. 277 – 291.
- Isserlis L.** (1914), On partial correlation ratio. *Biometrika*, vol. 10, pp. 391 – 411.
- Jevons W. S.** (1873), *Principles of Science*. London. Русский перевод издания 1877 г.: 1881.
- Kapteyn J. C.** (1906), *Plan of Selected Areas*. Groningen.

- Knapp G. F.** (1872), Quetelet als Theoretiker. JNÖS, Bd. 18, pp. 89 – 124.
- Kries J.** (1886), *Prinzipien der Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Tübingen, 1927.
- Kruskal W., Mosteller F.** (1981), Ideas of representative sampling. In *Problems with Language Imprecision (New Directions for Methodology of Social and Behavioral Science*, No. 9). Editor D. Fiske. San-Francisco, pp. 3 – 24.
- Kruskal W. H., Tanur Judith M., Editors** (1978), *Intern. Enc. Statistics*, vols 1 – 2. New York – London.
- Laplace P. S., Лаплас П. С.** (1812), *Théorie analytique des probabilités. Oeuvr. Compl.*, t. 7. Paris, 1886.
- (1814, франц.), Опыт философии теории вероятностей. В книге Прохоров Ю. В., ред. (1999), *Вероятность и математическая статистика. Энциклопедия*. М., с. 834 – 863.
- Laurent H.** (1902), *Petit traité d'économie politique mathématique*. Paris.
- Lexis, W., Лексис В.** (1879, нем.), О теории стабильности статистических рядов. В книге Четвериков (1968b, с. 5 – 38).
- Liebermeister C.** (ca. 1876), Über Wahrscheinlichkeitsrechnung in Anwendung auf therapeutische Statistik. *Sammlung klinische Vorträge*, Inner Med. No. 39 (No. 110 of the whole series). Leipzig, с. 935 – 961.
- Lorey W.** (1932), Ladislaus von Bortkiewicz. *Versicherungsbuch*, Bd. 3, pp. 199 – 206.
- Maxwell J. C.** (1859), On the stability of the motion of Saturn's rings. *Scient. Papers*, vol. 1. Paris, 1890, pp. 288 – 376.
- (1871), Introductory lecture on experimental physics. *Scient. Papers*, vol. 2. Paris, 1890, pp. 241 – 255.
- (Read 1873), Does the progress of physical science tend to give any advantage to the opinion of necessity etc. In Campbell L., Garnett W. (1882), *Life of Maxwell*. London, 1884, pp. 357 – 366.
- (1877), Review of H. W. Watson's *Treatise* etc. *Nature*, vol. 16, pp. 242 – 246.
- Merrington M., et al** (1983), *List of Papers and Correspondence of Karl Pearson*. London.
- Mill J. S., Милль Дж. С.** (1843, англ.), *Система логики*. СПб, 1914.
- Mises R.** (1921), Über die Wahrscheinlichkeit seltener Ereignisse. *Z. f. angew. Math. u. Mech.*, Bd. 1, pp. 1 – 15. Reprinted: Mises (1964a, pp. 107 – 112).
- (1964a), *Selected Papers*, vol. 2. Providence.
- (1964b), *Mathematical Theory of Probability and Statistics*. New York – London.
- Morant G. M. et al** (1939), *Bibliography of the Statistical and Other Writings of Karl Pearson*. London.
- Mortara G.** (1912), Sulle variazioni di frequenza di alcuni fenomeni demografici rari. *Ann. Stat.*, ser. 5, t. 4, pp. 5 – 81.
- Pearson E. S.** (1990), "Student": A *Statistical Biography of W. S. Gosset*. Editors R. L. Plackett, G. A. Barnard. Oxford.

K. Pearson

- 1895**, Skew variation in homogeneous material. В книге автора (1956, pp. 41 – 112).
- 1896**, Regression, heredity and panmixia. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, vol. A187, pp. 253 – 318.
- 1898**, On the probable errors of frequency constants. *Ibidem*, vol. A191, pp. 229 – 311. Coauthor, L. N. G. Filon.
- 1905a**, "Das Fehlergesetz und seine Verallgemeinerungen etc." A rejoinder. *Biometrika*, vol. 4, pp. 169 – 212.
- 1905b**, *On the General Theory of Skew Correlation and Non-Linear Regression*. *Draper's Co. Res. Mem. Biometric Ser.* No. 2.
- 1906**, On the curves which are most suitable for describing the frequency of random samples of a population. *Biometrika*, vol. 6, pp. 172 – 175.
- 1914**, *Tables for Statisticians and Biometricians*. Cambridge. Editor K. P. [London, 1924; Cambridge, 1931.]
- 1916**, On the application of "goodness of fit" tables etc. *Biometrika*, vol. 11, pp. 239 – 261.
- 1919a**, Peccavimus! *Ibidem*, vol. 12, pp. 259 – 281.
- 1919b**, On generalized Tschebysheff theorems in the mathematical theory of statistics. *Ibidem*, pp. 284 – 296.
- 1924**, Historical note on the origin of the normal curve of errors. *Ibidem*, vol. 16, pp. 402 – 404.

- Poincaré H.** (1896), *Calcul des probabilités*. Paris, 1912. Reprinted: Paris, 1987. *Теория вероятностей*. Ижевск, 1999.
- Poisson S.-D.** (1837), *Recherches sur la probabilité des jugements etc.* Paris. [Paris, 2003.]
- Quine M. P., Seneta E.** (1987), Bortkiewicz' data and the law of small numbers. *Intern. Stat. Rev.*, vol. 55, pp. 173 – 181.
- Ranke K. E., Greiner R.** (1904), Das Fehlergesetz und seine Verallgemeinerung durch Fechner und Pearson. *Arch. f. Anthropol.*, Bd. 2 (30), pp. 295 – 332.
- Rümelin G.** (1863 – 1864), Zur Theorie der Statistik. In author's *Reden und Aufsätze*. Freiburg i/B – Tübingen, 1875, pp. 208 – 284.
- Schell E. D.** (1960), S. Pepys, I. Newton and probability. *Amer. Statistician*, vol. 14, No. 4, pp. 27 – 30.
- Schmidt R.** (1900), *Beiträge zum Gesetz der kleinen Zahlen*. Diss. München.
- Schumacher H.** (1931), Ladislaus von Bortkiewicz, 1868 – 1931. *Allg. stat. Archiv*, Bd. 21, pp. 573 – 576.
- Schumpeter J.** (1926), G. F. Knapp. *Econ. J.*, vol. 36, pp. 512 – 514.
- Seneta E.** (1984), The central limit theorem and linear least squares in pre-revolutionary Russia. *Math. Scientist*, vol. 9, pp. 37 – 77.
- Shewhart W. A.** (1931), *Economic Control of Quality of Manufactured Product*. New York, 1953.
- Soper H. E.** (1914), Tables of the general term of Poisson's exponential expansion. Таблица 51 в Pearson (1924).
- Strecker H.** (1960), Im Gedenken an Oskar Anderson. *Z. d. bayerischen statistischen Landesamtes*, Jg. 92, pp. 195 – 196.
- Strecker H., Strecker Rosemarie** (2001), Oskar Anderson. In Heyde & Seneta (E2001), pp. 377 – 381).
- Student** (1909), The distribution of the means of samples which are not drawn at random. *Biometrika*, vol. 7, pp. 210 – 214.
- (1914), The elimination of spurious correlation due to position in time or space. *Ibidem*, vol. 10, pp. 179 – 180.
- Venn J.** (1866), *Logic of Chance*. London, 1876. [New York, 1962.]
- Wagner K.** (1906), Wahrscheinlichkeit und Lebensversicherung. *Z. ges. Versicherungswiss.*, Bd. 6, No. 2, pp. 233 – 248.
- Walker H. M.** (1929), *Studies in the History of the Statistical Method*. Baltimore, 1931. [New York, 1975.]
- Weldon W. F. R.** (1895), Remarks on variation in animals and plants. *Proc. Roy. Soc.*, vol. 57, pp. 379 – 382.
- Whitaker L.** (1914), On the Poisson law of small numbers. *Biometrika*, vol. 10, pp. 36 – 71.
- Whitworth W. A.** (1901), *Choice and Chance*. Cambridge – London. Fifth edition.
- Winckler A.** (1866), Allgemeine Sätze zur Theorie der unregelmäßigen Beobachtungsfehler. *Sitz. Ber. Akad. Wiss. Wien*, Bd. 53, No. 1, Abt. 2 (Naturwiss.), pp. 6 – 41.
- Wolff H.** (1913), Zur Theorie der Statistik. *JNÖS*, Bd. 45, pp. 1 – 43.
- (1926), *Theoretische Statistik*. Jena.
- Woytinsky W. S.** (1961), *Stormy Passage*. New York.
- Yule G. U.** (1912), *Introduction to the Theory of Statistics*. London. Second edition.
- Zarkovich S. S.** (1956), Note on the history of sampling methods in Russia. *JRSS*, vol. 119, pp. 336 – 338. Reprinted in Kendall M. G., Plackett R. L. (1977), *Studies in the History of Statistics and Probability*, vol. 2. London, pp. 482 – 484.
- (1962), A supplement to Zarkovich (1956). *JRSS*, vol. A125, pp. 580 – 582. Reprinted *Ibidem*, pp. 486 – 488.

Именной указатель

Номера указывают параграфы основного текста, после которых в необходимых случаях следуют номера примечаний. Номера вида 81/3а, /46а означают ссылки на Письма 3а, 46а из § 8.1. Библиография не покрывается Указателем и Борткевич и Четвериков не включены в него.

Азаревич П. Д., 7.3.1
Анучин Д. Н., 11.1
Аристотель, 9.2
Белянова Е., 5.1
Бернштейн С. Н., **прим.** 14.5
Боголюбов А. Н., 7.5
Буныковский В. Я., 9.3.4
Васильев А. В., 15.4
Вернадский В. И., 11.1
Веселовский К. С., 7.3.2-4, **прим.** 7.11
Виноградов И. М., **прим.** 11.1
Виноградова М. М., 3.1, 4, **прим.** 4.3
Виноградова Н. М., 3.1, 5.4
Волков А. Г., 1, 7.4.2
Георгиевский П., 5.4, 16.2
Горький А. М., 1
Граве Д. А., 7.4.1; **прим.** 7.12
Гродзенский С. Я., 7.10
Гулькевич К. Н., 1, 2.2, 5.1, 5.2, 5.4, 14.4; **прим.** 5.6
Гурьев А., 13
Давидов А. Ю., 9.3.4; **прим.** 9.7
Ден В. Э., 4, 5.1, 5.4, 16.2
Дмитриев А. Л., 1, 5.2, 5.3
Дружинин Н. К., 10.4
Елисеева И. И., 5.1, 5.3, 5.4, 7.4.2, 7.8.2
Емелях Л. И., 8.1
Журавский Д. П., 10.4, **прим.** 10.6
Зиновьев Г. Е., 5.1
Ибрагимов И. А., **прим.** 10.6
Иоффе А. Ф., 2.1, 4, 10.5, 10.5.1
Каминка А., 4
Карпенко Б. И., 2.2, 3.1, 4, 5.1, 7.1, 7.2, 7.7.1, 7.7.2, 10.4, 16.2; **прим.** 4.1
Кауфман А. А., 7.1, 8.1/69а, 14.3
Ковалевский А. Г., 13
Колмогоров А. Н., 7.3.2-4, 7.4, 7.4.1, 7.5, 9.4, 10.6, 15.3; **прим.** 10.6
Кольман А. (Е), 7.1
Комлев С., 7.7.1
Кон С. С., Kohn С. С., 5.4, 7.1, 11.2, 13
Кондратьев Н. Д., 5.1
Косинский В. А., 9.4, 10.2
Крюков Н. А., 7.1
Кускова Е. Д., 5.2
Лахтин Л. К., 7.4.5
Ленин В. И., 4, **прим.** 4.4
Леонтович А., 7.4.1, 8.1/46а
Литошенко Л. Н., 5.1, 5.3
Лифшиц Ф., 16.2, **прим.** 7.2
Луначарский А., **прим.** 4.4
Лутохин Д. А., 5.3
Ляпунов А. М., 7.10, 15.2
Макашева Н., 5.1
Максимович В. П., 15.4
Малешевский Б. Ф., **прим.** 3.1
Манелля А. И., 7.7.1

Маресс Л. Н., 7.4.3, 7.8.1
Марков А. А., младший, 3.3, 7.10, 8.1
Марков А. А., старший, 1, 2.2, 2.3, 3.2, 3.3, 7.1, 7.3.1, 7.3.2-4, 7.4.1, 7.4.5,
7.6, 7.7.1, 7.10, 8 весь, 9.3.1 – 9.3.3, 10.2, 10.5.1, 11.1, 14.2 – 14.5, 15.2, 15.4,
15.6, 16, 16.1; **прим.** 2.2, 3.5, 7.2, 7.7, 7.9, 9.4, 14.6
Марков Н. Е., 4
Маркс К., 4, **прим.** 3.5, 4.1
Матвиевская Г. П., 7.5
Митропольский А. К., 7.1; **прим.** 7.2
Млодзеевский Б. К., 3.3
Мордух Эсфирь Д., 7.9
Мордух Я. Д., 7.1, 7.9, 14.6, 16
Некрасов П. А., 3.3, 7.4.1, 7.10, 8.1/43а, 8.2.2-1, 8.2.2-2/2, 9.1, 9.2, 9.3.1, 9.3.2, 9.3.4,
9.4, 15.4; **прим.** 2.1, 3.5, 3.6
Никифорова Ирина, 1
Новосельский С. А., 3.1, 8.1/88с, 11, 11.2
Ольденбург С. Ф., 7.1
Ондар Х. О., 3.2, 7.3.2-4, 7.4.1, 7.6, 7.10, 8, 8.1/69а, 8.1/add, 8.2, 10.5.1,
11.1, 14.3 – 14.5, 15.4; **прим.** 14.5
Платон, 9.2
Покотилов, А. Д., **прим.** 7.6
Попов П. И., 5.1, 7.7.1
Прокопович С. Н., 5.2 – 5.4
Прохоров Ю. В., 10.6, **прим.** 10.6
Птуха М. В., 7.7.1, **прим.** 13.1
Ратенек И. Н., 7.1
Розенберг В. А., 4, 5.4
Романовский В. И., 1, 2.3, 7.5 весь, 7.7.2, 7.9, 9.3.2, 10.2, 14.5, 15.1, 16, 16.2; **прим.**
7.10
Россинский С. Д., 3.3
Слуцкий Е. Е., Slutsky E. E., 1, 2.3, 3.2, 5.1, 5.3, 5.4, 7.4 весь, 7.5.1, 7.6, 7.7.1, 7.8.2,
7.9, 8.2.2-2/46, 9.3.1, 10.3, 15.5, 16; **прим.** 7.13 – 7.15, 10.7, 12.1
Смит М. Н., 7.7.1, 16.2
Соловьев А. Д., 3.3
Соминский М. С., 10.5
Сперанский Н. В., 2.1, 5.1
Сперанский С. В., 5.1
Старовский В. Н., 16.2
Стеклов В. А., **прим.** 14.6
Струве П. Б., Struve P. V., 2.2, 4; **прим.** 4.1, 4.2
Струмилин С. Г., 3.1
Типольт А. Н., **прим.** 11.1
Толстой Л. Н., 8.1
Флоренский П. А., **прим.** 3.5
Флоров Н. С., 3.3
Фортуатов А., 7.3.1
Хинчин А. Я., 9.3.1
Хотимский В. И., 7.1, 7.9
Чеботарев А. С., 7.5.3
Чебышев П. Л., 7.3.2-3, 7.5.1, 9.3.1, 15.2, 16.1; **прим.** 7.2
Ченцов Н. Н., **прим.** 10.6
Чепарухин В. В., 2.2
Чибисов Д. М., **прим.** 10.6
Чупров А. И., 1, 2.1, 3.1, 3.2, 4, 5.2, 6, 7.2, 7.3.1, 7.4.3, 9.2, 10.1, 10.4,
12; **прим.** 3.1, 3.6
Чупрова Елена (Helen Neumons), 5.2, 5.4
Чупрова Мария, 5.2, **прим.** 5.1
Чупрова (Сперанская) Ольга, 2.1, 5.1, 7.3.2-1, **прим.** 5.1
Шаняевский А. Л., 3.2, 6, 7.4.3; **прим.** 3.4
Щуровский А. А. (В. А.?), **прим.** 5.6
Янжул И. И., 6, **прим.** 6.1
Яснопольский Л. Н., 7.4.2

Ястремский Б. С., 7.1, 7.5.2, 8.1/69а, 14.5, 16.2; **прим.** 7.2, 14.3, 14.7
Anderson O., Андерсон О. Н., 1, 2.3, 3.1, 3.2, 5.1, 5.4, 7.1, 7.3, 7.4.2, 7.8 весь, 7.9, 7.10, 11.1, 12, 14.4, 14.7, 15.2, 15.3, 15.6, 16, 16.2; **прим.** 5.5, 15.1
 Andersson T., 5.1, 7.3, **прим.** 13.1
Bauer R. K., Бауер Р. К., 14.1, 14.2, 14.4, 16
 Bayes T., Бейес Т., 9.3.3, 9.3.4; **прим.** 9.4, 9.5
 Bennet J. H., 7.5.3
 Bernoulli D., Бернулли Д., 10.1
 Bernoulli J., Бернулли Я., 7.3.2-4, 7.5.1, 8.1/3а, /88с, 8.2.2-2/54, 9.2, 9.3.1, 9.3.2, 10.2; **прим.** 5.2, 10.4
 Bertrand J., Бертран Ж., 7.3.2-3
 Bienaimé I. J., Бьенеме И. Ж., 9.3.1; **прим.** 2.2, 7.2
 Bodio L., 6
 Bohlmann G., Больман Г., 7.5.1, 7.6, 8.1/43а, 8.2.2-2/15, 14.5; **прим.** 2.2
 Böhm-Bawerk E., Бём-Баверк Э., **прим.** 4.1
 Boltzmann L., Больцман Л., 10.5.1; **прим.** 10.9
 Bortkiewicz Elena, Борткевич Е., **прим.** 8.1
 Bowley A. L., Боули А. Л., 16.2
Cantelli F. P., Кантелли Ф. П., 8.2.2-2/80, 10.3, 15.4
 Capelli A., 8.2.2-2/80
 Carnap R., Карнап Р., 10.4
 Cave-Brown-Cave F. E., 15.6
 Church A. E. R., 16
 Cournot A. A., Курно О., 7.7.1, 9.2.1, 7.7.2, 9.3.3, 9.3.4, 10.2; **прим.** 4.1
 Courtois S., Куртуа С., 5.2
 Cramér H., Крамер Г., 12, 15.1; **прим.** 2.2
 Crawthorne A. R., 16.1
 Czuber E., Чубер Э., 7.6, 8.2.1-1
Darboux G., Дарбу Г., 7.3.1
 Darwin C., Дарвин Ч., 10.5.1; **прим.** 10.9
 Davenport C. B., 10.5.1, **прим.** 2.2
 De Moivre A., Муавр А., 7.5.1, 8.1/88с, 9.3.1
 Descartes R., Декарт Р., 9.2; **прим.** 10.4
 Dormoy E., **прим.** 14.2
Edgeworth F. Y., Эджуорт Ф. И., 6; 7.6, **прим.** 2.2
 Einstein A., Эйнштейн А., 2.1, 10.5.1
 Elderton W. P., 8.1/65а, /91а, /add
 Ellis R. L., **прим.** 10.3
Farr W., 5.2
 Fels E. M., 7.8.1
 Filon L. N. G., 8.1/49а
 Finetti B. De, Финетти Б., 9.3.4
 Fisher R. A., Фишер Р. А., 7.5, 7.5.3, 7.10
 Fourier J. B. J., Фурье Ж. Б. Ж., 10.1
 Frisch R., 16.1
Galton F., Гальтон Ф., 7.4.1, 7.7.1; **прим.** 2.2
 Gauss C. F., Гаусс К. Ф., 7.3.2-2, 7.3.2-3, 7.4.5, 7.5.1, 8.1/49а, /88с, /91а, /93а, 14.1; **прим.** 14.3
 Gini C., 8.1/69а, 10.4
 Goethe I. W., Гёте И. В., **прим.** 7.4
 Greenwood M., 7.6, 16; **прим.** 16.2
 Greiner R., 8.1/49а
 Guldberg A., 5.1, 14.7
Harris J. A., 7.4.2
 Helmert F. R., Гельмерт Ф. Р., **прим.** 14.3
 Hertz S., 7.3
 Hitler A., Гитлер А., **прим.** 8.1
 Hooker R. H., 15.2, 15.6
 Humboldt A., Гумбольдт А., 10.5.1
Isserlis L., 5.1, 5.3, 7.1, 7.6, 7.9, 15.3, 16
Jevons W. S., 2.1
 Johannsen W. L., 10.5.1

Kant I., Кант И., 9.2
 Картеун J. C., Каптейн Я. К., 10.5.1
 Kendall M. G., 16.1
 Кейнс J. M., Кейнс Дж. М., 1, 4, 5.4, 6, 16.1
 Knapp G. F., 1, 2.1, 7.2, 7.3.2-4, 9.2.1; **прим.** 3.2, 7.3, 7.4, 7.8, 10.2
 Kries J., 7.3.2-4, 9.2.1, 9.3.3, 10.2
 Kruskal W. H., 13
Laplace P. S., Лаплас П. С., 1, 3.3, 7.3.2-3, 7.5.1, 8.1/49a, /88с, 9.1 – 9.3,
 9.3.1, 9.3.3, 9.3.4, 10.1, 10.5.1, 16.1
 Laurent H., Лоран А., **прим.** 4.1
 Leibniz G. W., Лейбниц Г. В., 9.2
 Lexis W., Лексис В., 7.3.2-4, 8.2.1-1, 10.1, 10.4, 14.1, 14.2, 14.4, 15.2, 15.3, 16, 16.2;
прим. 2.2, 3.3, 7.3, 14.2, 14.7
 Liebermeister C., **прим.** 10.8
 Lorey W., 7.3, 7.3.1
Marshall A., Маршалл А., прим. 4.1
 Maxwell J. C., Максвелл Дж. К., 9.2.1, 10.5.1; **прим.** 10.6
 Mayr G., 2.1
 Merrington M., 7.6
 Meyendorff A. F., 11.2
 Meyer O., 2.1
 Mill J. S., Милль Дж. С., 2.1, 9.2
 Mises R., Мизес Р., 5.3, 5.4, 7.3.2-4, 10.3, 15.4
 Molander A., 7.9
 Morant G. M., 7.6
 Mortara G., 8.1/46a, /69a
Nansen F., 1
 Newton I., **прим.** 9.6
 Neuman J., 13, 16, 16.1
Olbers H. W., 7.7.2
Pareto V., прим. 4.1
 Pearson E. S., Пирсон Э. С., 15.6
 Pearson K., Пирсон К., 2.3, 5.4, 7.4.1, 7.4.2, 7.4.4, 7.4.5, 7.5.1, 7.5.3, 7.6, 7.7.1, 7.10,
 8.1/49a, /65a, /69a, /88с, /91a, 8.2.1-1, 8.2.1-4, 8.2.2-2/49, 9.3.1, 13, 14.5, 15.1, 15.3, 15.6,
 16, 16.1, 16.2; **прим.** 2.2, 15.1
 Petty W., Петти У., 7.4.4
 Planck M., Планк М., 10.5.1
 Poincaré H., Пуанкаре А., 7.3.2-3, 9.2.1, 10.5.1; **прим.** 4.1, 7.9
 Poisson S.-D., Пуассон С.-Д., 7.2, 7.3.2-3, 7.3.2-4, 7.6, 8.1/3a, /69a, 8.2.2-2/50, 9.3, 9.3.1,
 9.3.4, 9.4, 10.1, 10.2, 12, 15.4; **прим.** 2.2
 Price R., 9.3.3
 Puzey I., 1
Quetelet A., Кетле А., 7.2, 8.2.2-2/27, 9.2.1, 10.1, 16.2; прим. 9.1, 14.1
 Quine M. P., 8.2.2-2/66, 14.3
Ranke K. E., 8.1/49a
 Rauscher G., 1, **прим.** 8.1
 Rickert H., 10.4
 Rietz H. L., 16.1
 Robinson Sir Austin, 1
 Rockefeller J. D., Рокфеллер, 7.5.3
 Rümelin G., 10.4
 Rutherford E., Резерфорд Э., 10.5.1
Schell, E. D., прим. 9.3
 Schmidt R., 8.1/69a
 Schumacher H., 7.3
 Schumpeter J., **прим.** 7.3
 Seneta E., Сенета Е., 7.9, 8.2.2-2/66, 11.2, 13, 14.3, 14.6, 16; **прим.** 14.8
 Shewhart W. A., 16.1
 Sisma P., 1
 Smoluchowski M., Смолуховский М., 10.5.1
 Soper H. E., 8.1/69a
 Steffensen J. F., 5.4

Strecker H., 1, 7.8
Strecker Rosemarie, 7.8
Student (Gosset W. S.) Студент, 15.6
Süsmilch J. P., Зюссмильх И. П., 16.2
Venn J., 9.2
Wagner A., 2.1
Wagner K., 8.1/69a
Walker H. M., 16.1
Walras M. E. L., **прим.** 4.1, 7.3, 8.1
Weldon W. F. R., 10.5.1, **прим.** 2.2
Whitaker L., 8.1/46a, /69a, 8.2.2-2/80
Whitworth W. A., **прим.** 15.4
Winckler A., 7.3.2-2
Windelband W., Виндельбанд В., 2.1, 10.4
Wittich C., 1
Wolff H., 16
Woytinsky W. S., Войтинский В. С., 7.3
Yule G. U., 3.2, 7.4.3
Zarkovich S. S., 7.4, 13

Предметный указатель

Числами указаны параграфы и, в необходимых случаях, номера примечаний.
Обозначения типа 8.2/3а, /43а относятся к письмам 3а, 43а в § 8.2

Институты, общества и т. п.

Демографические, 7.8.2, **прим.** 11.1
Конъюнктурный, 4, 7.4
Королевское статистическое общество, 6
Королевское экономическое общество, 6, 7.8
Лига Наций, 7.8
Международный статистический институт, 6
Петербургская/Петроградская/Российская Академия наук, 6, 7.1, 11.1
Петербургский/Петроградский/Ленинградский политехнический институт,
3.1, 7.7.1

Социально-политические понятия и темы

Большевизм, 4
Гражданская война в России, 4
Капитализм, 4
Марксизм, 4
НЭП, 4
Отлучение от церкви, 8.1
Партия конституционных демократов (кадетов), 4
Партия социалистов-революционеров (эсеров), 5.2
Российские издательства в Германии, 4
Условия жизни и работы в России, 5.3, 7.4, 7.5.3, 7.7.1, 7.7.2, 16.2

Статистика

Архивные источники, 1
Бейесовский подход, 9.3.3, **прим.** 9.4
Выборочный метод, 7.7.1, 13, **прим.** 13.1
Два направления
 Биометрическое, 7.4.1, 7.5.1, 7.6, 15.1 – 15.4, 15.6, 16.1, **прим.** 2.2
 Континентальное, 7.6, 14.1 – 14.5, 16.1, **прим.** 2.2
 Объединение, 2.2, 7.4.1, 7.5, 7.5.1, 7.6, 16.1
Демография, 7.7.1, 7.8.1, 11
 Смертность, 3.1, 4, **прим.** 3.3, 7.8
Закон больших чисел, 8.2/60а, 10.2, 10.5.1
 Усиленный, 10.3
Закон малых чисел, 7.3.2-4, **прим.** 7.10
Земская, 1
И естествознание, 10.5, 10.5.1, **прим.** 10.9
И логика и философия, 10.4, **прим.** 10.7
Индексный анализ, 7.7.1
И социология, 1, 4
И статистический метод, 9.4, 10.4, **прим.** 10.6
История, 3.1, 7.2, 7.3.3, 7.4.4
И страхование жизни, 7.3.1, 12, **прим.** 2.2, 3.1, 7.6, 7.7, 7.12
И теория вероятностей, 2.1, 7.2, 9.3, 10.1
Количественный метод, **прим.** 10.7
Кривые Пирсона, 7.4.5, 8.2/65а, /88с, /91а
Математическая и теоретическая, 10.6
Метод моментов (ожиданий), 15
Моральная достоверность, **прим.** 10.4
Несчастные случаи на производстве, 7.3.2
Переписка, 1, 7, 8
Переставляемость, 14.6, **прим.** 14.8
Предварительное исследование данных, 10.6
Преподавание, 3.1, 3.3, 7.4.3
Разностный метод, 7.4.2
Реферирование литературы, 7.1
Сельскохозяйственная, 7.2
Случайность, 9.2.1, **прим.** 10.8

Старая немецкая школа, 2.1, 16.1
Теория корреляции, 7.4.1, 7.5.2
Устойчивость статистических рядов, 14
Теория вероятностей
Единичное испытание, вероятность события 9.3.2, **прим.** 9.3
Закон больших чисел, 9.3.1
И логика и философия, 9.1, 9.2, 9.3.2, **прим.** 7.13
И незнание, 9.3.5
Кетле, 10.1, **прим.** 14.1
Мост, **прим.** 14.5
Неравенство Бьенеме – Чебышева, 7.5.1
Понятие о пределе, 7.5.1
Преподавание, 3.3, **прим.** 3.6
Причины событий, 9.2.1, **прим.** 9.1
Производящие функции, 7.3.2-4
Распределение Пуассона, 7.3.2-4, 8.2/69а
Случайная переменная, 15.4
Случайные функции, 7.4
Советская, 16.2, **прим.** 7.2
Субъективная и объективная вероятности, 9.3.4, **прим.** 9.7
Функции больших чисел, 7.3.1
Цепи Маркова, 7.3.3-3, **прим.** 7.9
Эконометрика, 7.4, 7.8
Предьстория, **прим.** 4.1

Приложение

Н. С. Четвериков

Александр Александрович Чупров. Биография

Архив РАН, фонд 1650, опись 2, дело 13, листы 1 – 45

Николай Сергеевич Четвериков (1885 – 1973) – ближайший ученик Чупрова. Его жизнь описал Карпенко (1975) и собрания его сочинений публиковались дважды (1963; 1975). О репрессивных мерах, которые ему пришлось пережить, см. Комлев и Манелля (1990) и Манелля (1998), но добавим к этим источникам выдержку из письма М. В. Птухи Борткевичу 19.2.27 (Борткевич и Чупров 2005, прим. 178.2): *В Москве ликвидируются остатки поповщины и земской статистики*. Видимо в связи с разгромом Конъюнктурного института он добавил 22.5.27: Слуцкому и Четверикову живется *далеко не сладко*.

Попов был начальником Центрального статистического управления; на смену ему пришел В. В. Оболенский (псевдоним Н. Осинский), уже не профессиональный статистик и будущий *враг народа*. В том же примечании мы привели фразу из письма Четверикова 25.9.26 Борткевичу: *В Вестнике Статистики руководящее положение заняла Смит. Выводы отсюда ясны*.

Эту троглодитку мы (2001/2006) упоминали. Она могла неприязненно относиться к Чупрову и по личным причинам: в письме 27.9.22 Борткевичу он сообщил, что воздержался от посылки ей, очевидно, по её просьбе, оттисков, *смутно соображая, что она едва ли входит там в круг тех, связью с кем я дорожу*. В 1926 г. в свет вышел, видимо, только один номер *Вестника Статистики* (№ 1 – 6 за первое полугодие) и возможно, что очерк Четверикова, хоть и был принят к публикации, уже не мог попасть туда.

В 1927 г. журнал выходил ежеквартально, редактором, как и в 1926 г., был Оболенский (о нём см. выше). Дополнительно указывалась *Редакция*: М. Н. Смит, В. С. Ястремский и, с нарушением алфавита, Г. И. Раевич. Последний лишь в 1927 г. начал публиковаться в ВС (Онопrienко 1971) и можно полагать, что был он на второстепенных ролях. Ястремский (1925) уже успел ошельмовать профессора А. К. Митропольского, о Смит см. выше ... Журнал не только не *открыл широко* двери научным исследованиям (см. вступительные строки Редакции ниже), но так и не опубликовал Четверикова, да и вообще плотно закрыл их для всего, кроме предудказанного.

Мы подразделили параграфы, указанные автором на более мелкие части, а в добавленных примечаниях ссылаемся на наш основной текст (включая примечания к нему).

19 апреля 1926 г. в Женеве, 52-х лет от роду, скончался
Александр Александрович Чупров

Утрата тем более тяжкая, что смерть прервала научно-творческую работу в пору ее наивысшего расцвета.

Помещая очерк биографии **А. А. Чупрова**, составленный его учеником, Н. С. Четвериковым, Редакция вместе с тем полагает, что наилучшим образом почтит память покойного Александра Александровича, если широко откроет станицы *Вестника Статистики* научным исследованиям, посвященным дальнейшему развитию его идей и заветов.

Редакция

Рассказать жизнь Александра Александровича Чупрова – это значит изложить историю его научного творчества. Вся жизнь его была отдана научному труду, в нем надо искать ключ к главным этапам биографии.

1.1. Род Чупровых ведётся от Ивана Филипповича Чупрова, благочинного¹ города Мосальска. Там родился Александр Иванович², там же увидел свет 6-го февраля 1874 г. и Александр Александрович. Из многочисленных детей Александра Ивановича (женатого на Ольге Егоровне Богдановой) только четверо дожили до зрелых лет: Ольга Александровна (впоследствии замужем за Н. В. Сперанским), А. А., Елена Александровна (ныне замужем за берлинским профессором Геймонсом) и Мария Александровна. К семье принадлежали и сестры Ольги Егоровны, Юлия Егоровна и Мария Егоровна, обе принимавшие живое участие в судьбе А. А. в его раннем детстве, да и впоследствии сохранившие с ним душевную близость.

Семья Чупровых была в высшей мере дружная, но всё же отец занимал в ней совершенно исключительное положение по той любви, доходящей до обожания, которую он возбуждал к себе в детях. Влияние Александра Ивановича на его сына имело для последнего решающее в его жизни значение. Начиная с университета, во время учения за границей и в первые годы преподавательской деятельности в Политехническом институте Александр Иванович был для А. А. не только *отцом*, но прежде всего *другом-учителем*, без совета и указания которого не предпринимался ни один сколько-нибудь ответственный жизненный шаг.

Обстановка, в которой протекало детство А. А., была очень скромной в соответствии со скромностью тогдашнего профессорского жалованья. Лишь позднее, когда к жалованию прибавился гонорар и когда издание *Русских ведомостей* стало приносить доход³, можно говорить о некотором материальном довольстве, позволявшем единственную допускавшуюся роскошь – частые выезды за границу. Зимой Чупровы жили в тесной квартирке на окраине Москвы; летом выезжали обычно в одну из старых помещичьих усадеб около Москвы, где снимали дачное помещение. А. А. с детства знал непосредственные радости деревенской жизни, и любовь к природе, умение наслаждаться ею пронес через всю жизнь.

Детство А. А. провёл среди своих сестер, родных и двоюродных. Он не знал шумных игр и шалостей; тихим, послушным и застенчивым был он в своем раннем детстве, и многое из этих черт сохранилось даже и в характере взрослого. Единственным страстным увлечением его была книга; чтение было столь привычным занятием, что вплеталось в повседневную жизнь. С книгой летом он уходил на рыбную ловлю, вперемежку с собственным чтением прислушивался к урокам старшей сестры, не отрываясь от книги умудрялся уделять внимание беседе окружающих, когда зимним вечером собиралась семья за общим столом.

Когда начались первые уроки, первоначально с тетей Марией Егоровной, то маленький Саша удивил свою учительницу своей сообразительностью в работе над числами. Ему не пришлось объяснять первых действий арифметики; правила он изобрел сам и применял их без посторонней помощи. Любопытно отметить, что эта способность к математике, так ярко проявившаяся в раннем детстве, потом скрылась в гимназические годы, когда даже такой выдающийся педагог как Б. К. Млодзеевский не разгадал в гимназисте Чупрове будущего математика-учёного.

Это обуславливалось своеобразием его математических способностей: он не был *блестящим вычислителем*, быстро импровизировавшим *изящные* построения и доказательства. Главная сила его мышления лежала в не изменявшей ему никогда отчетливости мысли, в непреклонной и упорной точности, которая часто вела А. А. тернистыми путями, но зато гарантировала глубоко правильную постановку вопроса и правильный путь к его решению. Об этом говорит и та символика, которую установил А. А. в своих математических работах: она не помогает производить действия над величинами, но зато точно определяет их смысл и природу⁴.

В семье Чупровых была организована детская группа для совместных учебных занятий. Преподавателями были частью близкие родные, частью же приглашенные молодые педагоги; за удачность подбора ручалось то положение, которое принадлежало семье в рядах московской интеллигенции. Вскоре способности А. А. к языкам побудили перевести его для занятий в другую, более старшую по развитию группу, собиравшуюся в доме В. М. Сабашникова⁵. Там А. А. нашел в лице Н. Сперанского, преподававшего латынь, учителя и друга-воспитателя, влияние которого он сам впоследствии сопоставлял с влиянием отца и старшей сестры: им троим он считал себя обязанным основными чертами своей индивидуальности, своего душевного уклада.

1.2. В гимназию А. А. попал поздно, прямо в пятый класс (1888). 5-я гимназия, руководимая в те времена активным реакционером-директором Шварцем, мало что могла дать А. А. Грубоватая, морально не всегда чистоплотная товарищеская среда сумела только оттолкнуть застенчивого, по-девичьи стыдливого юношу. К товарищу по детским играм С. А. Котляревскому гимназия прибавила нового друга, Дав. Сол. Ионаса, к ним немного спустя присоединился Серг. Павл. Ордынский, но всё же очень близкой дружбы у А. А. не было ни с кем: он шёл своими путями и дорожил своей душевной независимостью. Юношеский аскетизм, стремление сократить свои потребности до минимума, яркая борьба со всяким *баловством* служили основным, подчеркнутым фоном его душевного уклада.

Многое из этих черт сохранилось на всю жизнь: суровое самоограничение переплеталось (переходило) в строго-расчетливое подчинение отдыха интересам труда, в отказ от всего, что могло мешать главной жизненной задаче, как бы ни был велик соблазн. А. А. всегда увлекался музыкой, в детстве учился играть на рояле, но заставил себя отказаться от активных занятий, когда убедился, что они требуют слишком много времени; посещению концертов он до самых последних лет нередко отдавал свой досуг. Тонкий ценитель высокого искусства, А. А. прекрасно знал живопись, в особенности итальянскую эпохи возрождения. Ему были хорошо знакомы даже захолустные городки Северной Италии, куда обычно турист и не подумает заглянуть. В этом отношении большую роль сыграла его первая поездка за границу, когда он 16-илетним гимназистом вместе с отцом и старшей сестрой объехал Германию, Францию, Швейцарию и Сев. Италию.

2.1. В 1892 г. А. А. вырвался из гимназии, о которой всю жизнь потом вспоминал с отвращением. В эту пору определился склад ума,

наметилась главная жизненная задача будущего статистика-математика. В последних классах гимназии А. А. начал усиленно интересоваться вопросами логики, прочитанные им тогда *Основы науки* Джевонса (1879) стали его настольной книгой. Дело было здесь не в тех увлекательных построениях, которыми так богата книга английского логика и экономиста; от них А. А. вскоре отошел. Важнее было то, что определилось русло, по которому далее текла собственная творческая работа.

Природный склад мышления А. А. был формальным, логика и математика всего полнее отвечали его собственным душевным запросам. Влияние семьи и в особенности подавляющее влияние отца привили А. А. вкус к конкретному, интерес к людям, к их жизни. Статистика и экономия [экономика] так, как их понимал А. А., давали нужную ему комбинацию обоих элементов. Его путь был этим уже предопределен: А. А. поступал на математический факультет с ясно осознанной целью использовать математику для исследования общественных явлений. С течением времени природное влечение взяло своё, и А. А. весь ушёл в математические исследования, но это объяснялось чисто субъективным влечением и отнюдь не вытекало из перемен в воззрениях на основные цели науки.

2.2. В университетские годы занятия логикой не перестают интересовать А. А.; наряду с математикой он занимается уже и статистикой. Его кандидатская работа, поданная в 1896 г. П. А. Некрасову⁶, посвящена вопросам логики вероятности и применению теории вероятностей к статистике. Над своим кандидатским сочинением А. А. работал совершенно самостоятельно: с П. А. Некрасовым, читавшим в то время курс теории вероятностей, у него не оказалось точек соприкосновения.

Некрасова интересовала вычислительная часть⁷, А. А. отдавал главное внимание логике; в области философских построений между рационалистом Чупровым и мистиком школы Бугаева – Некрасовым, конечно, ничего общего и быть не могло. Единственным профессором, которого А. А. мог назвать своим учителем, был геометр Б. К. Млодзеевский, его лекции А. А. посещал регулярно, в его семинарах работал. Ясная и глубокая мысль Млодзеевского падала на благодарную почву; она сотрудничала с научно-воспитательным влиянием Н. С. Сперанского, а впоследствии и Г. Кнаппа.

2.3. В 1896 г. университет был окончен. Не воспользовавшись представлявшейся возможностью остаться при математическом факультете, А. А. торопился войти в основную область своей будущей работы, как он ее тогда себе представлял: в область экономических явлений, разрабатываемых при помощи статистических методов. Летом того же года он уехал в Берлин, где прослушал зимний семестр.

На первых порах А. А. с головой окунулся в многогранную жизнь германской столицы. В своих письмах отцу он то и дело сообщает о посещенных им концертах, о театре, политических собраниях. Но одновременно с этим идет и нервно-повышенная учебная и научная работа А. А. О зарождающейся в нём системе *самоэксплуатации* в качестве научного работника свидетельствует следующее, весьма характерное место из его переписки с отцом:

Итогами осени я очень доволен. Счет прихода чрезвычайно благоприятный, сделал я за это время столько, что в Москве вряд ли бы переделал за всю зиму. Лекций переслушал больше, чем за два любых университетских года, а уж коли концерты, театры и разного рода общественные собрания подсчитывать начать, так в Москве я за всё время университетского обучения на стольких не был. Счет расхода не так легко составить: денежные-то издержки ясны, а вот что натурой истратил, пока не учтешь, только к концу года скажется.

Такая почти бухгалтерская отчетность перед самим собой не была простой манерой изложения, это была систематически разработанная привычка планомерного учёта своих сил, своего времени, своего отдыха.

2.4. Всё же берлинский университет его мало удовлетворял, и он строит на весну планы о переезде в другое место. Помимо университетских занятий над отметить ряд событий, имевших существенное значение в жизни А. А.: завязывается знакомство с В. И. Борткевичем, с которым затем на всю жизнь устанавливается тесный контакт в научной работе. Поездка Чупрова к нему в гости в Гёттинген привела за собой свидание с В. Лексисом, из которого А. А. унёс в своей душе живой образ того, чьи идеи он впоследствии так глубоко и тщательно разрабатывал.

Наконец, в том же Берлине полагается начало первой научной опубликованной работе (1897), статье *Нравственная статистика*, написанной для энциклопедического словаря Арсеньева и Петрушевского и законченной летом 1897 г. при дружеском сотрудничестве старшей сестры Ольги Александровны.

Выбор А. А. останавливается на Страсбурге: там преподает Борткевич, туда влекут его имена Виндельбанда, Г. Майра, Сарториуса и Г. Кнаппа. Из них только Борткевич и Кнапп, но зато уже в полной мере, оправдали надежды А. А. Страсбургский период жизни весь полон напряженной работы, чередующейся с прогулками в Шварцвальд и Вогезы. Вместе с А. А. в это время в Страсбурге жил И. С. Щегляев, с которым у него и завязались близкие отношения. Сперва они даже жили в общей квартире, когда же Щегляев женился, то А. А. нередко проводил в их семье свои вечерние досуги. В добрых товарищеских отношениях с ними стоял еще молодой историк Дармштедтер: их сближала общая страсть к горным экскурсиям. К ним иной раз присоединялся Фр. Фейт, филолог-фольклорист, но всё же это были *приятели по досугу, друзьями же по работе* были отец и Кнапп.

2.5. Всё время своего пребывания в Страсбурге А. А. усерднейшим образом работал в семинаре Кнаппа. Ряд его докладов, частью связанные с только что вышедшим тогда двухтомным сборником А. И. Чупрова и А. С. Посникова (1897), частью же касавшиеся темы его диссертации об общине, неизменно вызывали лестное одобрение руководителя семинара. Его поражала чёткость конструкций, точная шлифовка понятий, которые он приписывал математической школе, пройденной А. А.

Несмотря на такое поощрение, А. А. застенчиво держался в стороне и долго не решался идти к проф. Кнаппу для переговоров относительно

направления своих работ⁸. Кнапп, наконец, сам, изловив А. А. в университетской раздевалке, настоял на встрече в ближайший же срок. Приём был суровый; вдоволь пожурив неподатливого ученика своего, Кнапп перешёл на самый дружеский тон и обстоятельно выяснил, какого рода тему он должен бы поставить для докторской диссертации А. А.

Последний попробовал было выдвинуть тему логически-методологического характера, но Кнапп настоял на конкретном исследовании. Так был определен характер работы А. А. на ближайшие годы: морфология поземельной общины, её связь с экономической обстановкой, исследуются им на основании русских материалов земской статистики с привлечением сравнительных данных по индийской, норманской⁹, итальянской и швейцарской общинам. Выбор темы и работы над конкретными материалами не только встретил решительное одобрение со стороны отца, но и деятельную поддержку советами и помощью. Два года (1899 – 1901) были отданы этой работе. Летом 1901 г. А. А. сдал докторские испытания и представил тщательно отделанную и отредактированную диссертацию.

Но плохо бы знал Кнаппа тот, кто бы полагал, что на этом работа может считаться законченной. Теперь, когда годы ученичества были уже за спиной, Кнапп перестал сдерживать в себе ту отеческую заботливость и привязанность, которые он питал к своему выдающемуся ученику. Чуть ли не ежедневно А. А. должен был приходить к нему на квартиру, и они, сидя рядом за столом, выправляли фразу за фразой. Кнапп требовал предельной отчетливости как мыслей, так и изложения. Первое было налицо, поэтому главная работа свелась к выработке строгого и изящного изложения. Этой школе А. А. в значительной мере обязан блестящим успехом своих позднейших *Очерков*. Через подобную же школу он проводил впоследствии и сам учеников своих.

2.6. В конце года книга (1902) была напечатана, а сам А. А. уже начал подготовку к магистерским экзаменам при юридическом факультете Московского Университета. К этому времени относится наиболее напряженная работа над вопросами теоретической экономики: А. А. усиленно изучает Маркса, перелагая на язык алгебры построения второго тома *Капитала*. Но главное внимание в теоретической экономике отдается всё же математической школе, – Вальрасу, Парето, Маршаллу: они гораздо больше отвечали общему строю мышления А. А.¹⁰

Во всяком случае, подготовка к предстоящему экзамену отнюдь не была простой *учебой*, в ней А. А. искал новых подходов к основному занимавшему его вопросу о возможности приложения математики к обществоведению. Что этот вопрос стоял тогда именно в подобной плоскости, подтверждается и тем, что и статистика в ту пору рассматривалась А. А. как социальная дисциплина, методы которой находятся в тесной зависимости от своеобразных свойств предмета исследования.

Весной 1902 г. экзамены на магистранта сданы и после обычной поездки к отцу за границу (куда Александр Иванович еще в 1899 г. выехал для поправления своего здоровья) осенью А. А. возвращается в Россию, в Политехнический институт, который в том году должен был

начать функционировать. Вопрос об участии А. А. в преподавании в Политехническом институте был решён ещё за два года перед тем по настоянию А. С. Посникова и М. М. Ковалевского.

3.1. Институт был первым в России учреждением этого нового типа. С. Ю. Витте¹¹, главному инициатору, удалось тогда привлечь к организационной работе ряд крупных ученых несмотря на то, что многие из них стояли в немилости у царского правительства. В Институте, на его экономическом отделении, собрались почти все профессора, участвовавшие в устройстве Высшей русской школы в Париже¹². Осенью 1902 г. далеко ещё не все кафедры были замещены, и А. А., наряду с А. С. Посниковым и А. Г. Гусаковым, принимал живейшее участие в организационной работе. Вопрос о приглашении проф. Гамбарова, где требовалось содействие А. И. Чупрова, о приглашении В. Э. Дена, М. И. Фридмана прошли при деятельном участии А. А. в сопряженных с этим хлопотах.

Самоё здание Института не было тогда еще отстроено, не были готовы и профессорские квартиры, первоначально пришлось ютиться в окрестных дачах (Институт был построен в загородной местности), мирясь с холодом, с отсутствием элементарного уюта. В широко задуманном Статистическом кабинете надо было строить *на пустом месте*. Трудно даже вообразить себе, сколько забот и труда, и подчас самого черного труда вложил А. А. в это дело. Мало было наметить набор книг, надо было найти их у иностранных букинистов, ознакомиться с условиями книжного рынка, вести всю переписку, регистрировать и оплачивать счета, расставлять книги, добывать русские издания со складов в различных учреждениях, копаться в старых, пыльных завалах, отбирая то, что представляло ценность для Кабинета.

Вскоре выяснилась немаловажная помеха в преподавательской работе: заправили в правительственно-чиновничьем мире, к которым так часто приходилось обращаться за содействием при получении кредитов, с ходатайствами относительно утверждения профессоров и многим другим, пользовались возможностью привлечь научные силы для участия в различных комиссиях. Пришлось и А. А. платить эту дань, участвуя вместе с Посниковым и Мануиловым в обсуждении вопросов крестьянской аренды, общины и др. Впрочем, мнения либерально-демократических профессоров так резко контрастировали с настроениями правительственных сфер, что о влиянии заслушанных докладов на правительственные мероприятия говорить не приходится. Впоследствии А. А. решительно отказывался от участия в подобных заседаниях, прибегая иной раз даже к совсем несвойственным ему казуистическим доводам для обоснования своих отказов.

3.2. Главной работой, отнимавшей наибольшее количество нервной энергии, было чтение основного курса статистики, который, несмотря на возражения А. А., был приурочен к первым двум семестрам, и, следовательно, должен был начаться в ту же осень, когда открывался Институт. К этим лекциям А. А. начал готовиться ещё за границей, обсудив план курса вместе с отцом. Но всё же подготовка к очередной лекции отнимала обычно три – четыре дня в неделю. Этот первый опыт чтения вылился впоследствии в небольшое *Введение* в статистику (1903).

Лекции на первом курсе навсегда остались наиболее тяжелой работой для А. А. даже тогда, когда создался многолетний лекторский опыт, накопились неисчерпаемые материалы для иллюстраций. После часовой лекции А. А. должен был идти домой, отлёживаться часа по два на кушетке, прежде чем быть в состоянии приняться за иную работу.

Содержание этих курсов менялось из года в год, постепенно перестраивался и их план, эволюционировала и главная закладываемая в них педагогическая задача. Вот что писал А. А. об этом в одном из писем к своему ученику¹³:

Значение [...] начального курса я, чем дальше, то больше, видел не в передаче сведений, а в пробуждении интереса к науке, в том, чтобы дать ощутить эмоцию наслаждения напряженной работой собственной мысли.

Наряду с основным курсом, в дополнение к нему, велись так называемые практические занятия, часто принимавшие также лекционную форму, но более близкую к беседе. Сюда выносились работа над практическими, техническими вопросами, соби́рание, сводка и обработка статистических материалов. Здесь решались статистические *казусы*, – задачи, разбирались примеры ошибочных сопоставлений и выводов, особенно усиленно исследовалась сравнимость материалов, полученных разными приемами, по-разному сведенных в таблицы.

К этим занятиям непосредственно примыкали и самостоятельные опыты студентов по разработке статистических тем. На этой почве быстро завязалось тесное, непринужденное общение преподавателя с учениками. Целые вечера нередко уходили на разбор и налаживание подобных студенческих работ, но об этих потраченных часах А. А. меньше всего приходилось сожалеть. Здесь он получал наибольшее удовлетворение от своей работы, когда видел, как новички, не умевшие и шагу ступить, вскоре под его руководством приобретали исследовательские навыки и забрасывали его самостоятельными изысканиями, пусть еще примитивными, бедными по материалу и по выводам, но всё же уже с ясно выраженным вкусом к цифре, с начатками *школы* в трактовке тем.

По признанию самого А. А. в письмах к отцу эти ранние опыты непосредственного научного общения с молодежью впервые приохотили его к преподавательской деятельности, открыли ему *душу живую* учебной работы, открыли ему его самого как педагога. С того времени преподавание становится на видное место на жизненном пути А. А., а впоследствии, когда вокруг учителя стали собираться ученики и начала создаваться *школа*, преподавание и научная работа слились в органическое целое.

3.3. Вскоре, однако, работа разрослась настолько, что А. А. не в силах был с ней справиться, Ведение практических (обязательных) занятий со студентами младших курсов переходит в руки приглашенных в Институт преподавателей-ассистентов Л. Н. Яснопольского, С. В. Сперанского, Л. Н. Маресса и В. В. Никольского. Это открывает А. А. возможность сосредоточиться на занятиях со

студентами старших семестров; для них читается ряд необязательных курсов (по теории измерения смертности, интерполяции, выборочному исследованию, теории корреляции), ставятся семинарские работы повышенного (исследовательского) типа.

Расцвет этих занятий относится к периоду с 1907 по 1914 годы. Чаще всего для разработки намечалась какая-либо область вопросов, объединенных общностью материалов и методов исследования. Отдельные темы, к ней относящиеся, разбирались участниками семинара и самостоятельно ими разрабатывались, давая материалы для небольших докладов в семинаре частью по критике источников, частью по вопросам исследовательской методологии. Особенно удачным оказался семинар, посвященный разработке вопроса о потреблении водки в России и разбору только что вышедшей тогда книги В. К. Дмитриева (1911). Из него выкристаллизовались две значительные работы: Виноградовой (1916) и теоретическая работа Андерсона (1914), обобщавшая разностный метод корреляции Кейва и Гукера.

К первым годам преподавательской деятельности А. А. относится ряд опубликованных его работ. Статья (1904) была задумана ещё в Страсбурге и вместе с тем впитала в себя немало конструкций и материалов, использованных в занятиях со студентами. Эта работа связала А. А. со статистиками-практиками преимущественно в среде земских статистиков: к нему то и дело обращаются работники из земских бюро, особенно те, которые уже и в те времена интересовались вопросами математической статистики.

3.4. Две другие значительные работы (1905; 1906), напечатанные в немецких журналах, служили как бы преддверием к *Очеркам*, над которыми А. А. уже тогда усиленно работал. Всё же он не был ещё всецело поглощен проблемами теоретической статистики и находил время для работы над аграрным вопросом, над близкой ему темой об общине и над аграрными программами социалистических партий (главным образом итальянских).

Зиму 1907 – 1908 г. А. А. провёл в заграничной командировке, за окончательной отделкой своей русской диссертации. В начале 1908 г. последовала кончина Александра Ивановича, так неожиданно порвавшая тесные узы любви и дружбы, тот непосредственный, ни на мгновение не прекращавшийся контакт в научной и преподавательской работе, который таким ярким и мягким светом озаряет переписку обоих Чупровых. В течение трех последующих лет А. А. вместе со С. В. Сперанским заботливо собирает и приводит в порядок научные труды, а также более мелкие работы своего отца, изданные затем Московским университетом и издательством С. и М. Сабашниковых¹⁴.

В петербургский период своей жизни А. А. принимал деятельное участие в работе *Русских Ведомостей*, куда то и дело помещает статьи на темы дня: по вопросу об общине, который так волновал тогда русскую интеллигенцию, критический разбор трудов Центр. стат. комитета и др.

В мае 1909 г. *Очерки по теории статистики* вышли из печати. В декабре состоялась защита диссертации. Эта блестящая защита была крупным событием в жизни университета и доставила диссертанту сразу степень доктора, минуя магистерскую. Успех был далеко не

только академическим: отчетливость мысли и языка, увлекательная постановка проблем, умение даже для наиболее сложной концепции подыскать наглядный образ, – все эти качества, в высокой степени присущие *Очеркам*, открыли им доступ в широкие круги интеллигенции и профессионалов-статистиков. Правда, многие вопросы остались нерешёнными до конца, ещё больше их возникало у читателя при чтении, многие трудности не столько побеждались, сколько обходились.

Но значение *Очерков* умалять не приходится: книга А. А., как никакая другая, будила мысль, приобщала читателя к новым научным течениям, бросала в повседневный обиход богатый набор философских идей. Успех книги был решительный; меньше, чем через год понадобилось второе издание, в которое автор успел включить не только ответ на появившиеся критические отзывы, но и добавил впервые им намеченную логическую разработку вопроса о стохастических связях. Не будет преувеличением сказать, что без *Очерков* вряд ли был бы возможен тот быстрый подъём интереса к теории среди профессионалов-статистиков, который выгодно отличает историю статистической работы в России от ее истории в Германии и во Франции¹⁵.

3.5. На XII съезде (русских) естествоиспытателей и врачей в Москве в 1912 [1910] г. А. А. выступал с речью *Выборочное исследование* (1912). Эта речь, которую сам А. А. склонен был считать малоудачной, отмечает, однако, крупную полосу в его научном творчестве. Уже в первом печатном труде (1897) намечается повышенный интерес к проблеме устойчивости статистических рядов, где она ставится в связь с горячим и долголетним спором в среде германских статистиков о свободе воли. Четвертый из *Очерков* целиком посвящен той же проблеме. Не раз её захватывали и семинарские занятия (непосредственное отражение которых можно усмотреть и в *Речи*¹⁶).

Очевидная связь построений Лексиса и Борткевича с методикой выборочного исследования немало способствовала тому вниманию, которое А. А. неизменно уделял вопросу о приемах сокращенного наблюдения. К тем же методологическим проблемам подводила и другая нить мыслей, слишком характерная для А. А., чтобы её здесь не отметить. Логика и методика выборочного исследования в лекциях А. А. тесно сплеталась с проблемой монографии, которая была особенно близка и ценна А. А., так как нигде в такой же яркой форме не проявлялась любовь к конкретности, к непосредственному, почти художественному восприятию живой действительности, как в бюджетных исследованиях, в прослеживании истории семьи, в монографическом описании ремесла или сельской общины.

Этот интерес к *реальному целому*, унаследованный А. А. от отца, он тщательно культивировал в студентах и радовался каждому проявлению его в работах своих учеников. Эта же подчеркнутая внимательность к всестороннему изучению объекта работы, к индивидуальным особенностям материала, тщательное прилаживание методов к потребностям данной конкретной темы является одним из главных заветов его школы, который он не устаёт повторять и на своих лекциях, и в письмах к ученикам, и во всех своих работах, обращенных к более широкому кругу читателей.

Если бы ещё нужно было бы иллюстрировать, как сам А. А. умел выдвинуть на первое место интерес к существу проблемы, подчинив ему интерес к утонченным приёмам работы, то трудно было бы найти пример более яркий, чем его собственная большая работа над конкретной темой (1916), представленная им в 1913 г. на Венский конгресс Международного статистического института, членом которого он тогда уже состоял.

Самая постановка вопроса была тщательно разработана с помощью довольно сложных математических конструкций, но её статистическое решение не нуждалось в применении методов так наз. математической статистики¹⁷. Эта простота приемов, при помощи которых решался сложнейший вопрос демографии, в прозрачно-отчетливом изложении А. А. придала всей работе ещё большую изысканность и строгость, чем какую можно было бы достигнуть, прибегнув к методам корреляции и интерполирования кривых.

3.6. В том же 1913 г. в Академии наук состоялось торжественное заседание в честь двухсотлетия со времени опубликования *Искусства предположений* Якоба Бернулли. Из трех речей, посвященных закону больших чисел, одну произнес А. А. По широте захвата, по конденсированности мыслей, по блеску логических концепций эту работу [1914] приходится поставить на одно из самых видных мест среди лучших творений А. А. Старый вопрос о детерминизме и индетерминизме вдвинут здесь в рамки новейших завоеваний физики и разрешен в изысканно-изящной, почти парадоксальной форме. Эта речь впоследствии несколько раз переиздавалась заново, с переработками и добавлениями, указывающими, что интерес к затронутым в ней проблемам не угасал у А. А. до конца его жизни¹⁸.

Внешний успех научного творчества, приведший к избранию А. А. членом-корреспондентом Академии наук (1917 г.) и корреспондентом из России Лондонского (Королевского) экономического общества, ничего не изменил в размеренном ходе его жизни и работы. Он по-прежнему настойчиво уклонялся от всяких комиссий и выступлений, разбивавших сосредоточенный ход его занятий. Исключение делалось для Института, в его делах он продолжал принимать очень деятельное участие. Его речи на заседаниях экономического факультета и в совете Института отличались той же отчетливостью мысли, как и его научные работы, и неизменно вносили полную ясность в предмет дебатов. Он вёл всю деловую работу в Статистическом кабинете, тщательно пополняя библиотеку; не уклонялся и от мучительного для него участия в профессорском суде.

Его домашняя жизнь была обставлена чрезвычайно просто, с неизменным строем привычек, оберегавших его хрупкое здоровье и в особенности нервную систему, которая реагировала на всякое нарушение установленного строгого равновесия между трудом и отдыхом. Работал А. А. преимущественно по утрам, днём – обязательная прогулка в неизменной компании В. Э. Дена и М. И. Фридмана, с которыми А. А. сошелся ближе, чем с кем-либо из других коллег.

По вечерам А. А. избегал работать, оберегая свои глаза, и нередко отдыхал от дневной сутолоки в тёплом семейном уюте своего соседа, проф. Дена, с детьми которого у него завязалась искренняя сердечная

дружба. В этой деликатной дружеской ласке к детям, к которой те так чутки и на которую неизменно отзываются безответной доверчивостью, сказалась наследственная черта Чупровых, проникающая весь их душевный уклад, любовь к людям, такая подчёркнуто яркая в Александре Ивановиче, такая застенчивая, глубоко спрятанная в его сыне. Не многим открывал А. А. интимную глубину своей души, но те из его родных, близких друзей и учеников, которые знавали его душевную ласку, на всю жизнь берегли дорогую память о ней.

Многим А. А. рисуется аскетом-отшельником, которому чужды интересы и радости *простых смертных*. Глубоко неверный образ! Его спокойный жизнерадостный темперамент создавал вокруг него ясную атмосферу моральной уверенности. Он от души радовался всем наслаждениям жизни от самых простых, – от шутильной беседы за стаканом вина, – до самых изысканных художественных эмоций перед картиной Веласкеса или в концерте Казальса. Но... и это *но* было крепким: в час, предназначенный для работы, никакой соблазн не смог бы оторвать А. А. от его письменного стола. Отдых был на еще более строгом учете, чем сама работа, последняя же всегда была загодя спланирована на месяцы вперед.

4.1. Во вторую половину петербургского периода жизни А. А. в его научных интересах намечается некоторый сдвиг. Теоретическая экономия совершенно исчезает из поля внимания. Интерес к логической стороне проблемы статистики неизменно остается на первом плане и во всех последующих исследованиях всегда ведет за собой сторону математическую. Но всё же последняя всё сильнее прорывается вперед¹⁹.

Обобщение теории устойчивости Лексиса, начатое Борткевичем и сильно продвинутое Больманом, крепко связывало концепции Лексиса с понятием статистической зависимости случайных переменных²⁰ и тем открывало путь к широкому использованию этих идей для логического и математического уточнения и обоснования методов английской школы статистиков-биологов. Метод математических ожиданий развился в строго отточенный инструмент, который в умелых руках изящно-элементарными путями приводил к выводам большой общности.

К этому же времени относится и более пристальное изучение А. А. мемуаров Пирсона, богатого набора приемов, выработанных английской биологической школой²¹. Многие были испробованы на семинарских занятиях с учениками, начатые тогда работы М. М. Виноградовой (1916, о потреблении алкоголя и урожае) и студента Московского университета М. Е. Подтягина (о мобилизации земельной собственности в зависимости от урожая) ярко выявили практическое значение методов Пирсона.

Но англичане, работая над конкретными проблемами, изобретая приемы работы непосредственно под их давлением, мало заботились о строгом математическом обосновании методов: выводы, тщательно проработанные с технической стороны, не всегда отличались ясной продуманностью их логических основ. Вопросы о степени допущенных приближений, строгое обоснование права на применение иных математических операций часто отступали на задний план перед

соблазном поскорее применить новые орудия работы к запашке научно нетронутых тем, на практике убедиться в их остроте и мощи.

4.2. Органический синтез идей Лексиса с методологическими построениями английских биологов, строгое обоснование разработанных ими приёмов с логической и углубленно-математической стороны при помощи метода математических ожиданий и при условии строжайшего разграничения и уточнения всех исходящих понятий, – вот та грандиозная задача, которая встала перед А. А. и с той поры сделалась главной целью всего его дальнейшего научного творчества.

В течение добрых пятнадцати лет он планомерно, шаг за шагом, завоёвывал эти твердыни, казавшиеся на первый взгляд неприступными. Систематически проведенными подготовительными работами в области теории соединений, в применении метода математических ожиданий к различным функциям случайной переменной, в разработке строго продуманной символики²² А. А. создал твердую опору для осуществления поставленной цели.

Он не торопился опубликовывать полученные результаты, часто перерабатывал уже добытые выводы, приводя их в более простой или более общий вид. Долгими годами выдерживал уже законченные работы в ящиках своего письменного стола, по временам при случае публикуя некоторые главы из более обширных монографий, для которых в тяжёлые послевоенные годы часто нельзя было и приискать издателя. Такая судьба исследований А. А. влекла за собой ещё другое последствие: проработанные построения со временем укладывались во всё более и более простые и прозрачные формы, приходили в такое состояние, при котором можно было их излагать общедоступным языком не рискуя терять их научную строгость и свежесть.

Первое, за что принялся А. А., была теория дисперсии в том объёме, как её создал Лексис. Опубликованная им коротенькая монография (1916b) вылилась в столь законченную форму после долгих переработок, сокращений в первоначальных путях доказательств. Ко времени работы над этой темой относится обширная переписка А. А. с А. А. Марковым, вскрывающая все детали постепенного овладения новым для А. А. методом работы. Вслед за этим подверглась такому тщательному анализу вся теория устойчивости в целом (вопрос об ошибке Q , о существенной части колеблемости и её ошибке и т. д.). Эта работа была уже сдана в редакцию *Известий Политехнического института*, когда вспыхнувшая революция прервала издание *Известий*. Рукопись, на которую А. А., не знавший о постигнувшей её участи, успел сделать ссылки в своих дальнейших работах, пропала, и о её содержании можно лишь догадываться по сохранившемуся в архиве А. А. черновику²³.

В этой же работе новые подходы были применены к исследованию метода моментов – начало той разработки основ английских построений, которое вскоре привело к обширной монографии на эту тему (1918 – 1919, 1921; 1923).

4.3. В течение всего периода работы в Политехническом институте А. А. регулярно, почти не пропуская, уезжал на рождественские, пасхальные и летние вакации за границу, частью для короткого отдыха, частью же для работы в заграничных библиотеках. В мае 1917

г. А. А. отправился в Швецию и Норвегию, куда он стал ездить, когда война закрыла доступ в Германию.

Вернуться обратно в Россию ему уже не пришлось: ему казалось, что экономическая разруха, последовавшая за европейской войной, уничтожила возможность спокойной научной работы. Впоследствии не раз возбуждался вопрос о возвращении А. А. в СССР, но дело затягивалось и некрепкое здоровье, а затем и болезнь А. А. не дали возможности сделать в этом направлении решительный шаг.

Первые, наиболее тяжелые годы своего пребывания за границей А. А. провёл в Стокгольме и Христиании (Осло), добывая себе средства к жизни изданием *Бюллетеней мирового хозяйства* по заданию Центросоюза с января 1919 г. по июнь 1920 г.²⁴. Ещё перед отъездом из России А. А. успел закончить новую работу на конкретную тему, *Война и движение населения*. Она была предназначена для сборника в честь А. С. Посникова, но сборнику этому, однако, не было суждено увидеть свет. Исследование А. А. так и осталось напечатанным лишь в виде отгисков (примерно 1916) в крайне ограниченном количестве экземпляров.

Такие экскурсии в область конкретных тем происходили и впоследствии: то А. А. начинал заниматься статистикой германской торговли²⁵, то вработывался в проблемы строения новой ветви *предпринимательской статистики* (1923b; 1925b), но всё это приходится теперь уже рассматривать как временные отклонения в сторону от основного русла работы, который неуклонно вёл к выше охарактеризованной цели. Обширная монография по теории устойчивости (1918 – 1919, 1921; 1923c) и появившееся одновременно начало второй основной монографии (1918 – 1919, 1921) связаны между собой генетически. Исследование условий, в которых создаётся та или иная устойчивость статистических рядов, в широкой постановке вопроса, приданной ему Г. Больманом, привели А. А. к выводу, что вся эта проблема вращается вокруг двух основных моментов: постоянства или непостоянства закона распределения переменной и наличия зависимости между испытаниями²⁶. Корни первой идеи следует искать в работах Пуассона и Борткевича, корни второй – в работах Маркова и Больмана. Эти-то основные идеи теории дисперсии и кладутся А. А. в основание исследования метода моментов, который рассматривается сперва (1918 – 1919 гг.) при условии неизменности закона распределения и отсутствия связи между испытаниями, затем (вторая часть работы 1918 – 1919, 1921) снимается первое условие, а вслед за ним (1923c) и второе.

4.4. Задуманный А. А. синтез идей немецкой и английской школ осуществился²⁷, а вместе с тем осуществилось и детальное исследование применимости пирсоновских методов в условиях, предусматривающих те осложнения, с которыми постоянно приходится иметь дело в конкретной исследовательской работе.

Одновременно была разработана и другая сторона дела: работы и Лексиса, и Пирсона были тщательно продуманы с точки зрения строгого разграничения априорных понятий, величин и построений теории вероятностей с одной стороны и апостериорных значений, к которым статистик привязан в разработке конкретного материала с другой стороны.

В этом отношении, так же как и при оценке точности приближенных выкладок в английских работах, не всё оказалось в том безукоризненном порядке, которого требовала усложнившаяся теоретическая разработка методов статистики. В частных письмах Пирсону, оберегая высокий авторитет его школы, А. А. отметил найденные им неточности выводов. Проявленная А. А. деликатность нашла себе достойный отклик: В *Биометрике* появилась редакционная статья (Pearson 1919), в которой найденные ошибки были открыто признаны и источник указаний отмечен. В письме к ученику своему А. А. с подчеркнутой радостью выражает своё удовлетворение той формой, в которую облеклась история этой своеобразной полемики [см. наш § 7.6].

Если взглянуть поглубже, то нельзя не признать, что в основании обоих главных подходов А. А. к идеям Лексиса и Пирсона лежит в сущности одна и та же забота: не столько сами методы и дальнейшее их обогащение стоят в центре внимания, сколько исследование их применимости к конкретным данным, взаимоотношение логических оснований, математических построений и исследовательской работы над реальной действительностью. Не прямой ли это отклик тех неясных идей, которые некогда зародились в голове 17-летнего гимназиста, увлечённого *Основами* Джевонса (1879)?

4.5. В 1920 г. осенью А. А. переезжает в Германию. После кратковременного пребывания в слишком шумном для него Берлине он перебирается в Дрезден. В уютной квартире фрейлен Дитцель, расположенной почти на самом краю города, несмотря на крайне тяжёлое время, которое переживала разорённая войной Германия, обоюдными усилиями хозяйки и квартиранта удалось наладить правильную, спокойную жизнь, достаточно изолированную от бурного прибоев послевоенных политических переворотов.

Здесь почти в полном уединении, прерываемом лишь редкими наездами учеников (Я. Мордуха, С. С. Кона) или друзей, продолжалась прерванная переездами работа. К прежним темам присоединилась новая: исследование теории корреляции с точки зрения тех же подходов, которые были испытаны для теории одной случайной переменной.

Много сил было отдано разработке проблемы математического ожидания частного двух взаимно зависимых случайных переменных. Полученное решение (1921 [1922a]) дало возможность взяться за задачи, представлявшиеся до того неприступными. Только через два года смогла увидеть свет основная монография А. А. по теории корреляции (1923a), представлявшая отдельную главу в широко задуманной более общей монографии. Здесь в основу теории связи кладется новое, предельно общее понятие зависимости случайных переменных, более строгое и глубже заложенное, чем то, которым статистики пользовались обычно²⁸.

В работах 1922 г. А. А. снова возвращается к теории дисперсии, – частью для того, чтобы применить её в новой области, к коэффициенту корреляции, рассматриваемому как параметр, аналогичный в учении о двух случайных переменных квадратичному отклонению в учении об одной случайной переменной, – частью же для глубокой и

разрушительной критики лексисовского коэффициента Q , по крайней мере в некоторых сферах его применения (1922; 1923)²⁹.

С научным творчеством сочеталась и работа популяризации. А. А. слишком близко к сердцу принимал интересы конкретной исследовательской работы, чтобы остановиться на одной лишь теоретической разработке своих идей. Нет, они должны были войти в повседневную работу статистиков, созданные им инструменты предназначались не к тому, чтобы ими любовались, а к тому, чтобы ими работали.

Потребность в более широкой аудитории, в живом общении с товарищами по работе не раз выманивали А. А. из его уединения. В ноябре 1922 г. он прочел доклад по теории корреляции в Лейпцигском обществе страховых математиков перед очень небольшой, но избранной аудиторией, состоящей в значительной части из статистиков, самостоятельно работающих в области теории. В мае 1924 г. им был прочитан эпизодический курс в страховом семинаре университета Кристиании, там же сделан доклад в обществе страховых математиков, повторенный для подобной же аудитории в Копенгагене. Это небольшое *турне* влило много бодрого оживления в жизнь А. А., укрепив в нём уверенность в живой и крепкой связи его работ с зарождающимися потребностями коллективной теоретической мысли.

4.6. В 1925 г. Конгресс Международного статистического института в Риме, где А. А. выступил содокладчиком А. Боули по вопросам выборочного исследования³⁰, также порадовал его ярко проявившимся интересом к его работам, в особенности со стороны молодого поколения французских статистиков. В результате всех этих выступлений появляется ряд работ, опирающихся на прежние математические монографии, но изложенных в более доступной форме, в которых логическая сторона проблем выдвинута на видное место и не подавляется сложным математическим аппаратом. Эти работы печатаются главным образом в шведском органе *Nordisk Statistisk Tidskrift*, издаваемом Т. Андерссоном.

Большая сводная работа (1924), резюмирующая основные идеи стохастического мировоззрения, была прислана А. А. в Россию для сборника *Памяти Н. А. Каблукова* и хорошо известна читателям *Вестника Статистики*. В строго научном и в то же время общедоступном стиле построена и книга (1925а), изданная Teubner'ом где средствами простой алгебры выводятся соотношения между различными показателями связи, исследуются их свойства и вероятные ошибки. Русское издание этой книги, которого с таким нетерпением дожидался А. А., закончилось печатанием уже после его смерти, а написанное к нему предисловие было последним, что вышло из-под его пера.

В последние годы жизни А. А. стал увлекаться и чисто математическими проблемами; появилась работа (1921), исследующая предельную форму корреляционной поверхности арифметических средних при безгранично растущем числе испытаний. Напечатано дальнейшее развитие той же проблемы (1925с), приводящее к исследованию вопроса о необходимых и достаточных условиях существования закона больших чисел. Эта работа лишней раз подтверждает, в какой мере научное творчество А. А. совпадало в

своём развитии с общей эволюцией теоретико-статистической мысли: ту же самую тему одновременно с ним разработали Е. Е. Слуцкий в Киеве, М. Ватанабе в Токио и А. Я. Хинчин в Москве. Эта крупная по своему значению работа А. А. была достойной данью признательности Лондонскому (Королевскому) статистическому обществу, почтившему в мае 1923 г. А. А. избранием в почетные члены.

4.7. Материальная необеспеченность, заставлявшая А. А. подчас из-за заработка сильно отвлекаться в сторону от коренной области своей работы, постепенное истощение тех небольших денежных запасов, которые оставались от прежних заработков, побуждали его исподволь подыскивать себе более прочную опору, чем та, которую давал нерегулярный гонорар за статьи и рецензии³¹. А. А. всё крепче задумывался над возвращением к преподавательской работе, но полученные им в разное время приглашения (от Гейдельбергского университета, из Кристиании) приходилось отклонять по различным соображениям, частью материального порядка, частью же этически (например, нежелание перебить дорогу двум молодым норвежским статистикам).

Наконец, в 1924 г. А. А. решается на коренную ломку своей уединенной жизни и переезжает в Прагу. Этот роковой переезд А. А. сам в одном разговоре назвал *самой крупной ошибкой в своей жизни*. Несмотря на то, что Прага вновь свела А. А. с близкими учениками его, что ему всегда было очень дорого, встреченные им затруднения значительно превысили положительные стороны пребывания в Праге. Жить приходилось в непривычном шумном доме среди городской суеты, трудно было наладить правильное питание. Всё это резко дисгармонировало с тем укладом жизни, в котором могла бы спокойно развернуться научная работа³².

А. А. стал планировать новый переезд в Ригу, где университет предполагал создать кафедру, приуроченную к той области, в которой А. А. работал. На это, однако, потребовалось согласие высших правительственных учреждений, что и затормозило дело³³. Уже в Праге, перед отъездом в Рим (в сентябре) на Конгресс Межд. стат. инст., А. А. почувствовал недомогание, которое он сам определил как *бронхит и какая-то малярийноподобная болезнь*. Нервное возбуждение, созданное оживленной атмосферой Конгресса и радость свидания с некоторыми близкими друзьями, приехавшими на Конгресс из России, какое-то время искусственно поддерживало силы А. А. Но тотчас же после окончания сессии он был вынужден лечь в клинику.

Несмотря на тщательные исследования, произведенные видными итальянскими врачами, им никак не удалось установить природу болезни. Случайно оказавшийся в Риме врач д-р В. А. Шуровский, лечивший когда-то А. А. ещё мальчиком, подал мысль об эндокардите, и тогда уже дал понять близким А. А., что болезнь в высшей степени опасна.

Для того, чтобы создать обстановку наибольшего покоя, А. А. был разрешен переезд в Женеву, где его окружили ласка и заботливый уход К. Н. Гулькевича, с которым А. А. связывала сердечная и нежная дружба. С половины декабря и до середины апреля длилось отчаянное сопротивление недугу, но уже в январе для врачей, лечивших А. А., и для его друзей стало ясно, что роковой исход неизбежен. От больного

удалось скрыть безнадежность его состояния. 18 апреля А. А. был помещен в клинику на случай внезапных осложнений в ходе болезни. 19 апреля утром больной тихо заснул – уже навеки.

4.8. Ушел из жизни крупный ученый, труды которого ещё долго будут освещать путь молодым поколениям работников. Но мне хотелось бы, чтобы те, которым посчастливилось в жизни встречаться с Александром Александровичем, прочтя этот биографический эскиз, призвали в помощь свои воспоминания и воскресили в своей душе его образ, образ человека, который был так дорог всем, знавшим его, который сам умел любить других такой чуткой, задушевной любовью.

Н. С. Четвериков, 20 мая 1926 г.

Приложен список сочинений, ныне серьезно устаревший. Мы ниже перечисляем только те, которые упоминаются в основном тексте и наших примечаниях.

Примечания

1. Благочинным назывался помощник епископа.
2. А. И. Чупров (1842 – 1908) – крупный статистик и общественный деятель. Заведывал кафедрой политической экономии и статистики, был вдохновителем земства. Оказал сильное влияние на сына.
3. *Русские Ведомости* были либеральной газетой, которая с 1870х годов неоднократно подвергалась штрафам и запретам розничной продажи. Вначале принадлежала частному лицу, затем стала паевым товариществом, участником которого, видимо, стал А. И. Чупров. В 1902 – 1916 гг. А. А. Чупров опубликовал в ней более 60 статей.
4. Символика или система обозначений у Чупрова местами была негодной, см. наш § 16.
5. В. М. Сабашников – видимо, отец известнейших публицистов, братьев Михаила и Сергея, упоминаемых ниже.
6. П. А. Некрасов был ректором и профессором Московского университета, читал лекции по теории вероятностей, как раз в 1896 г., после выпуска их литографированных изданий, опубликовал книгу по этой отрасли математики. Математической статистикой не владел. В письме 11.11.96 Борткевичу, Чупров (Борткевич, Чупров 2005) сообщил:

Увидев в моем сочинении (кандидатской работе) слово дисперсия, с некоторым страхом спросил меня: “Вы что это, теорию вероятностей к дисперсии света прилагаете?”

7. Некрасов в то время интересовался чисто математической частью теории вероятностей.

8. Вот как сам А. А. сообщил об этом эпизоде Борткевичу, см. наш § 7.2:

Кнапп почти насильно втянул меня в беседу о моих планах, которой я старательно избегал, так как предвидел, чем она кончится.

9. Норманнами были северо-германские племена, обитавшие в Ютландии и Скандинавии. Струве и др. (1917), описывая содержание диссертации Чупрова (1902), не упоминают европейских общин, но называют общины Индии и острова Ява.

10. Для математика-Чупрова математическое направление в экономике было действительно ближе, см. прим. 4.1 к нашему основному тексту.

О своем стремлении переделать на математический лад *Капитал* (очевидно, первый том), см. выше, А. А. сообщил отцу (Шейнин 1990, § 4.1). Известно, впрочем (Struve 1936, с. 491 – 492, прим. 3), что Чупров критически относился к работам Вальраса и Парето.

11. С. Ю. Витте (1849 – 1915) – государственный деятель, был министром путей сообщения, а в описываемое время – министром финансов. Содействовал развитию капитализма, но и старался укрепить монархию.

12. Высшая русская школа общественных наук в Париже существовала в 1901 – 1905 гг. и одним из ее учредителей был упоминаемый чуть ниже Ю. С. Гамбаров. В соответствии с ее уставом (экземпляр хранился в бывш. Гос. библиотеке им. Ленина) профессора школы были ограничены в лекциях только своей совестью и уголовным кодексом Франции. Какие-то лекции в Париже читал Борткевич, но подробности неизвестны. Школа постепенно превратилась в политический клуб и испытывала финансовые затруднения. Закрыта в связи с разрешением частных школ повышенного типа в России.

Чуть ниже Четвериков упомянул и Фридмана; из письма Чупрова 5 – 10.3.98 Борткевичу известно, что Фридман был участником семинара Кнаппа и мы установили одну его книгу (1908).

13. Четвериков дважды упоминал ученика Чупрова, несомненно имея в виду самого себя.

14. Сочинения А. И. Чупрова были опубликованы в 1909 г. в трех томах. См. о нём Казарин (1947) и Остроумов (1956).

15. Мы никак не можем разделить мнение автора и почти всех тогдашних читателей *Очерков* об их достоинствах, см. наши §§ 2.2 и 14.4 и прим. 14.6.

16. Речью Четвериков, видимо, назвал доклад Чупрова о выборочном методе 1910-го (а не 1912-го) года, см. с. 258 в книге Чупров (1960), одним из составителей и редакторов был Четвериков. Свободную волю Чупров не рассматривал в ней.

17. *Так называемая* математическая статистика в основном отличается от теоретической отказом от предварительного исследования данных, см. наш § 10.6, а по мнению Четверикова, видимо, применением более тонких математических методов (что также как-то интуитивно поддерживается некоторыми современными авторами).

18. Эта переработка (1922b; 1922c) имела место в конце жизни А. А. Впрочем, история приложения статистического метода (а не только закона больших чисел) в естествознании необъятна, и Чупров никак не мог основательно изучить её.

19. Особую роль в развитии математического направления исследований А. А. сыграла его переписка с Марковым (Ондар 1977). Четвериков упоминает её ниже, но не подчеркивает её роли.

20. По какой-то причине вместо термина *случайная переменная*, вошедшего в русскую литературу (особенно у Слуцкого), начал применяться менее удачный термин *случайная величина*.

21. Называть английскую биометрическую школу *биологической* не следовало бы.

22. См. прим. 4.

23. В нашей Библиографии, см. Неопубликованные и утерянные сочинения А. А. Чупрова, указано, что он имел на руках экземпляр этой статьи.

24. Ни один номер этого *Бюллетеня* не был найден.

25. Исследование германской торговли вряд ли оставило какие-то следы.

26. Эти моменты были ясны уже Лексису.

27. Это, однако, не значит, что к 1926 г. Пирсон изменил математический стиль своих работ.

28. Понятие независимости событий ввёл Муавр (1738, с. 6). Его можно выразить формулами

$$P(A) = P(A/B), P(B) = P(B/A).$$

Четвериков упоминает обычное употребление этого понятия, которое, видимо, и сводилось к указанному. Чупров (1922a, с. 241) ввел определение независимости случайных величин: плотность одной не зависит от значения, принятого другой величиной. Современное определение: величины ξ и η независимы, если их плотности, $\varphi_1(x)$ и $\varphi_2(y)$, подчиняются условию

$$\varphi(x; y) = \varphi_1(x)\varphi_2(y),$$

где $\varphi(x; y)$ – плотность вектора $(\xi; \eta)$. Аналогичное определение вводится для функций распределения.

29. Чупров никогда не имел в виду *глубоко и разрушительно* критиковать теорию Лексиса. Даже после *фактической* критики он каким-то образом продолжал её защищать, см. его письмо Гулькевичу в нашем § 14.4.

30. Это весьма неточно, см. наше прим. 13.1.

31. Количество опубликованных рецензий Чупрова, равно как и чрезвычайное разнообразие содержания соответствующих сочинений свидетельствуют о том, что он, пусть по необходимости добывать средства к существованию, до конца жизни сохранил интерес ко всем отраслям статистики (и многим экономическим темам) и остался в них общепризнанным авторитетом.

32. По меньшей мере столь же губительно подействовала на А. А. крайне неприязненная реакция многих эмигрантов на его сохраняющиеся научные связи с отечественными статистиками, см. наш § 5.3.

33. См. там же.

Библиография

А. А. Чупров

- 1896**, *Математические основания теории статистики (теория вероятностей и статистический метод)*. Сочинение студента физико-математического факультета математического отделения 7-го семестра Александра Чупрова. Не опубликовано. Библиограф. им. Горького при МГУ, фонд Чупровых, 9/1.
- 1897**, Нравственная статистика. *Энци. Словарь Брокгауз и Ефрон*, т. 21, с. 403 – 408. Редакторы (с 9-го полутома) К. К. Арсеньев, Ф. Ф. Петрушевский.
- 1902**, *Die Feldgemeinschaft*. Straßburg. Hrsg., G. F. Knapp.
- 1903**, Статистика и статистический метод, их жизненное значение и научные задачи. В книге автора (1960, с. 6 – 42).
- 1904**, О приемах группировки статистических наблюдений. *Изв. Петербургск. Политехнич. Инст.*, т. 1, № 1 – 2, с. 75 – 100 второй пагинации.
- 1905**, нем. Задачи теории статистики. В книге автора (1960, с. 43 – 90).
- 1906**, нем. Статистика как наука. В книге автора (1960, с. 90 – 141).
- 1909**, *Очерки по теории статистики*. М., 1910, 1959.
- 1912**, доклад 1910 г. Выборочное исследование. В книге автора (1960, с. 258 – 270).
- 1914**, Закон больших чисел в современной науке. В книге Ондар (1977, с. 178 – 197).
- 1916a**, Zur Frage des sinkenden Knabenüberschusses unter den ehelich Geborenen etc. *Bull. Intern. Stat. Inst.*, t. 20, No. 2, pp. 378 – 492.
- 1916b**, О математическом ожидании коэффициента дисперсии. *Изв. Импер. АН*, т. 10, № 18, с. 1789 – 1798.
- Прим. 1916**, *Война и движение населения. Оттиск из сборника в честь А. С. Посникова*. Сборник не был опубликован. 22 окт. 1916 г. в газете *Русские Ведомости*, с. 5, указывалось, что сборник готовился к печати.
- 1918 – 1919**, нем., К теории стабильности статистических рядов. В книге Четвериков (1968, с. 138 – 224).
- 1918 – 1919, 1921**, On the mathematical expectation of the moments of frequency distributions. *Biometrika*, vol. 12, pp. 140 – 169, 185 – 210; vol. 13, pp. 283 – 295.
- 1921**, Über die Korrelationsfläche der arithmetischen Durchschnitte. *Metron*, Bd. 1, No. 4, pp. 41 – 48.
- 1922a**, О математическом ожидании частного двух взаимно-зависимых случайных переменных. В сб. *Тр. Русских ученых за границей*, т. 1. Берлин, с. 240 – 271.
- 1922b**, Проблема индетерминизма в свете статистической физики. В книге Елисеева и др. (1996, с. 47 – 55).
- 1922c**, нем., Закон больших чисел и стохастически-статистическая точка зрения в современной науке. В книге автора (1960, с. 141 – 162).
- 1923a**, Исходная задача математической теории приемов статистического исследования связи между двумя случайными переменными. В сборнике *Прим. методов корреляции в экономич. исследованиях*. М., 1969, с. 29 – 69.
- 1923b**, англ., Хозяйственно-деловая статистика (рецензии). В книге автора (1960, с. 364 – 411).
- 1923c**, нем., On the mathematical expectation of the moments of frequency distributions in the case of correlated observations. *Metron*, vol. 2, pp. 461 – 493, 646 – 683.
- 1923d**, Über normale stabile Korrelation. *Skand. Aktuarietidskr.*, t. 6, pp. 1 – 17.
- 1924**, Основные задачи стохастической теории статистики. В книге автора (1960, с. 162 – 221).
- 1925a**, нем., *Основные проблемы теории корреляции*. М., 1926 и 1960. Немецкое издание: 1924. Англ. издание: Лондон, 1939.
- 1925b**, Business forecasting (reviews), *Nord. Stat. Tidskr.*, t. 4, pp. 426 – 441.
- 1925c**, Asymptotic frequency distribution of the arithmetic means of n correlated observations for very great values of n. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. 88, pp. 91 – 104.
- 1960**, *Вопросы статистики*. М. Сборник перепечаток и переводов. Составители и переводчики Б. И. Карпенко, Н. С. Четвериков.

Иные авторы

- Борткевич В. И., Чупров А. А.** (2005), *Переписка, 1895 – 1926*. Берлин. Также www.sheynin.de
- Виноградова М. М.** (1916), *Потребление водки в России и урожай*. Пг.

- Джевонс У. С.** (1879, англ.), *Основы науки*. СПб, 1881. Перевод со 2-го издания.
- Дмитриев В. К.** (1911), *Критические исследования потребления алкоголя в России*. М.
- Елисеева И. И., Дмитриев А. Л., Сторчевой М. А.** (1996), *Материалы конференции к 70-летию со дня кончины А. А. Чупрова*. СПб.
- Казарин А. И.** (1947), А. И. Чупров как экономист. *Уч. Зап. МГУ*, № 123.
- Карпенко Б. И.** (1975), Жизнь и научная деятельность Н. С. Четверикова. В книге Четвериков (1975, с. 5 – 19).
- Комлев С. Л., Манелля А. И.** (1990), Н. С. Четвериков. В сборнике *Вопросы истории народного хозяйства и экономической мысли*, т. 2. М., с. 319 – 322.
- Манелля А. И.** (1998), Жизнь и научная деятельность Н. С. Четверикова. *Вопросы Статистики*, № 10, с. 94 – 96.
- Марков А. А.** (1911), Об основных положениях исчисления вероятностей и о законе больших чисел. В книге Ондар (1977, с. 161 – 166).
- Ондар Х. О.** (1977), *О теории вероятностей и математической статистике*. Переписка А. А. Маркова и А. А. Чупрова. М.
- Онопrienко Г. К.** (1971), *Библиографический указатель статей и материалов по статистике и учету*. Журнал Вестник Статистики за 50 лет (1919 – 1968). М.
- Остроумов С.** (1956), Значение А. И. Чупрова в развитии русской статистики. *Вопросы Статистики*, № 3, с. 59 – 66.
- Струве П., Лаппо-Данилевский А., Дьяконов М.** (1917), Записка об ученых трудах профессора А. А. Чупрова. В книге Елисеева и др. (1996, с. 56 – 59).
- Фридман М. И.** (1908), *Современные косвенные налоги на предметы потребления*. СПб.
- Четвериков Н. С.** (1963), *Статистические и стохастические исследования*. М.
 --- (1968), *О теории дисперсии*. М. Составитель и переводчик.
 --- (1975), *Статистические исследования*. М.
- Чупров А. И.** (1909), *Речи и статьи*, тт. 1 – 3. М. С очерком Н. А. Каблукова об авторе.
- Чупров А. И., Посников А. С., ред.** (1897), *Влияние урожая и хлебных цен на некоторые стороны русского народного хозяйства*. СПб, тт. 1 – 2.
 --- (2001), Статистика и идеология в СССР. *Историко-математич. исследования*, вып. 6 (41), с. 179 – 198. Статья отредактирована без ведома и согласия автора. Исходный текст в книге *Российская и европейская экономическая мысль: опыт Санкт-Петербурга 2005*. СПб, 2006, с. 97 – 119.
- Ястремский Б. С.** (1925), Рецензия на руководство А. К. Митропольского *Основы статистики*, т. 1. Л., 1925. *Вестник Статистики*, № 7 – 9, с. 243 – 249.
- Anderson O. N.** (1914), Nochmals über “the elimination of spurious correlation due to position in time or space”. *Biometrika*, vol. 10, pp. 269 – 279.
- De Moivre A.** (1738), *The Doctrine of Chances*. London. First edition, 1718.
- Struve P.** (1936), Zum Problem des sog. wirtschaftlichen Gleichgewichtes. *Z. f. Nationalökonomie*, Bd. 3, pp. 483 – 532.